# DOSSIER DE CANDIDATURE POUR LE PRIX DE THÈSE IFRATH-KAELIS 2016

Candidat : Benyamine ALLOUCHE

31 Janvier 2017

## Table des matières

1	Cur	riculum vitæ	1			
	1.1	Données personnelles	1			
	1.2	Positions et affiliations	1			
	1.3	Formation et titres universitaires	1			
	1.4	Formations scientifique et industrielle	2			
	1.5	Activité pédagogique	2			
	1.6	Connaissances informatiques / Logiciels	2			
	1.7	Connaissances linguistiques	2			
	1.8	Centres d'intérêt	2			
2	List	e de publications	3			
	2.1	Revue international	3			
	2.2	Conférences internationales avec comité de lecture	3			
	2.3	Conférences nationales avec comité de lecture	4			
	2.4	Séminaires et autres communications	4			
3	Ape	erçu sur la thèse	<b>5</b>			
	$\overline{3.1}$	Contexte	5			
	3.2	Projet VHIPOD	6			
	3.3	Contribution	7			
Ré	é <mark>fére</mark>	nces	9			



## 1 Curriculum vitæ

## 1.1 Données personnelles

Nom :	ALLOUCHE
Prénom :	Benyamine
Date et lieu de naissance :	08 Février 1988, Alger (Algérie)
Nationalité :	Algérienne
Adresse :	31 Rue Emmanuel Rey, 59300 Valenciennes
	Université de Valenciennes, LAMIH UMR CNRS 8201,
Adresse professionnelle :	Le Mont-Houy, Bât. Jonas-110,
	59313 Valenciennes Cedex 9, France
Téléphone personnel :	$+33\ 761179053$
Téléphone professionnel :	$+33\ 327511319$
Courriel personnel :	benyamine.allouche@gmail.com
Courriel professionnel :	benyamine.allouche@univ-valenciennes.fr

## **1.2** Positions et affiliations

- 01 Octobre 2016-30 Septembre 2017 : contrat post-doctoral, Projet ADEME "CERVIFER", au laboratoire LAMIH UMR CNRS 8201, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambresis.
- 01 Janvier 2013-15 Septembre 2016 : étudiant en doctorat à l'Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambresis, avec un financement sur le projet ANR TECSAN VHIPOD.
- 01 Mars 2012-17 septembre 2012 : Stagiaire à l'Institut de Recherche en Communication et Cybernétique de Nantes pour la réalisation d'une thèse de Master en Automatique.
- 01 Octobre 2009-30 Septembre 2010 : Stagiaire à mi temps au Centre de Développement des Technologies Avancées (Alger/Algérie) pour la réalisation d'un projet de fin d'étude.

## 1.3 Formation et titres universitaires

• 15/09/2016 : Doctorat en automatique, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambresis.

**Titre de la thèse :** Modélisation et commande des robots : nouvelles approches basées sur les modèles Takagi-Sugeno.

**Directeurs :** Pr Laurent VERMEIREN, Dr Antoine DEQUIDT et Pr Michel DAMBRINE

Rapporteurs : Pr Kouider Nacer M'SIRDI et Pr Ahmed EL-HAJJAJI

**Examinateurs :** Pr Franck PLESTAN, Dr Mohamed BOURI et Dr Ahmed CHEMORI

• 17/09/2012 : Master en Automatique et Systèmes de production, École Centrale de Nantes

**Titre du mémoire :** Output/state feedback control based on sliding mode theory for pneumatic artificial muscles **Directeur(s) :** Pr Franck PLESTAN

 09/10/2010 : Ingénieur d'état en Électronique, Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene

**Titre du mémoire :** Application d'une commande floue de type-2 sur un bras manipulateur à muscles artificiels pneumatiques

**Directeur(s)** : Dr Amar REZOUG et Dr Farid FERGUENE.

• 20/07/2005 : Baccalauréat série sciences exactes, lycée Amara Rachid (Algérie).

## 1.4 Formations scientifique et industrielle

- Mars 2016 : École de printemps sur les manipulateurs parallèles, LIRMM UMR CNRS 5506 , Université de Montpellier.
- Février 2014 : Formation sur les systèmes de commande industriels, Beckhoff Automation, Courtaboeuf.
- Mars 2013 : Formation sur la commande temps réel, BA Systèmes, Rennes.

## 1.5 Activité pédagogique

• Travaux pratiques d'automatique linéaires, 120h équivalent TD, 2013-2017, Institut Universitaire Technologique /Département GEII/ UVHC

## **1.6** Connaissances informatiques / Logiciels

- Environnements : Linux (Ubuntu), Windows et MAC OS
- Simulation : Matlab, Tina
- **Programmation :** C, C++, Turbo Pascal, Assembleur, IC-Prog, MPLAB, step7, TwinCat
- CAO : Eagle, Sprint layout, SolidWorks, ADAMS
- Bureautiques : Latex, Word, Excel et PowerPoint

## 1.7 Connaissances linguistiques

• Français : Bilingue, Anglais : Avancée, Arabe : Langue maternelle.

## 1.8 Centres d'intérêt

• jeux d'échec, guitare, lecture, Randonnée, Voyage, Cinéma.

## 2 Liste de publications

## 2.1 Revue international

[1] Allouche, B., Dequidt, A., Vermeiren, L., & Dambrine, M. Modeling and PDC fuzzy control of planar parallel robot : A differential algebraic equations approach. International Journal of Advanced Robotic Systems, SagePub. 2016. DOI : 10.1177/1729881416687112. (IF=0.615).

### 2.2 Conférences internationales avec comité de lecture

[2] Dang, Q. V., Allouche, B., Dequidt, A., Vermeiren, L., & Dubreucq, V. (2015, March). Real-time control of a force feedback haptic interface via EtherCAT fieldbus. In Industrial Technology (ICIT), 2015 IEEE International Conference on (pp. 441-446).

[3] Dang, Q. V., Allouche, B., Vermeiren, L., Dequidt, A., & Dambrine, M. (2014, December). Design and implementation of a robust fuzzy controller for a rotary inverted pendulum using the Takagi-Sugeno descriptor representation. In Computational Intelligence in Control and Automation (CICA), 2014 IEEE Symposium on (pp. 1-6).

[4] Allouche, B., Vermeiren, L., Dequidt, A., & Dambrine, M. (2014, October). Stepcrossing control of two-wheeled transporter based on Takagi-Sugeno approach : Comparison between state and descriptor form. In Control Applications (CCA), 2014 IEEE Conference on (pp. 1324-1329). IEEE.

[5] Allouche, B., Vermeiren, L., Dequidt, A., & Dambrine, M. (2014, October). Step-crossing feasibility of two-wheeled transporter : Analysis based on Takagi-Sugeno descriptor approach. In Intelligent Transportation Systems (ITSC), 2014 IEEE 17th International Conference on (pp. 2675-2680).

[6] Litim, M., Allouche, B., Omari, A., Dequidt, A., & Vermeiren, L. (2014, September). Sliding mode control of biglide planar parallel manipulator. In Informatics in Control, Automation and Robotics (ICINCO), 2014 11th International Conference on (Vol. 2, pp. 303-310).

[7] Allouche, B., Vermeiren, L., Dequidt, A., & Dambrine, M. (2013, October). Robust control of two-wheeled self-balanced transporter on sloping ground : A Takagi-Sugeno descriptor approach. In Systems and Control (ICSC), 2013 3rd International Conference on (pp. 372-377).

[8] Estrada, A., Plestan, F., & Allouche, B. (2013, July). An adaptive version of a second order sliding mode output feedback controller. In Proceedings of the 2013 European Control Conference (pp. 3228-3233).

### 2.3 Conférences nationales avec comité de lecture

[9] Nguyen T.V.A., B. Allouche B., Vermeiren L., Dequidt A., Dang Q.V. Cung Le. (2016). Commande temps-réel d'un pendule inversé : Approche TS descripteur robuste. LFA 2016, La Rochelle, Novembre.

[10] Allouche B., Vermeiren L., Dequidt A., Dambrine M. (2014, octobre). Franchissement d'obstacle d'un gyropode : comparaison entre deux approches TS. 23ème Rencontres Francophones sur la Logique Floue et ses Application (LFA 2014), Cargèse, Corse.

[11] Allouche B., Vermeiren L., Dequidt A., Dambrine M. (2013, octobre). Modélisation TS sous forme descripteur et commande d'un pendule inversé à deux roues. 22ème Rencontres Francophones sur la Logique Floue et ses Application (LFA 2013), Reims.

### 2.4 Séminaires et autres communications

[12] Allouche B., Dequidt A., Vermeiren L., Rémy-néris O., Hamon P. (2015, novembre). Conception d'un dispositif d'assistance au passage assis-debout pour personnes hémiplégiques. GT Systèmes mécatroniques, Université de Nantes.

[13] Allouche, B., Vermeiren, L., Dequidt, A., & Dambrine, M. (2013, décembre). Commande robuste d'un véhicule de transport auto-équilibré sur un terrain en pente : approche descripteur Takagi-Sugeno. 2ème Journée Régionale des Doctorants en Automatique, Université de Valenciennes.

## 3 Aperçu sur la thèse

**Titre de la thèse :** Modélisation et commande des robots : nouvelles approches basées sur les modèles Takagi-Sugeno.

**Directeurs :** Pr Laurent VERMEIREN, Dr Antoine DEQUIDT et Pr Michel DAMBRINE

**Rapporteurs :** Pr Kouider Nacer M'SIRDI et Pr Ahmed EL-HAJJAJI **Examinateurs :** Pr Franck PLESTAN, Dr Mohamed BOURI et Dr Ahmed CHE-MORI

### 3.1 Contexte

De nos jours, nous vivons dans une société où la dépendance est devenue une question fondamentale posée pratiquement dans chaque foyer. D'après un rapport des Nations Unies, 15% de la population mondiale vivent avec un handicap [Nation, 2016]. En France, cet enjeu est associé au 5ème risque [wikipedia, 2015]; il est lié à plusieurs phénomènes simultanés et conjoints tels que le vieillissement de la population, l'augmentation de l'espérance de vie, l'obésité, l'augmentation de la fréquence des maladies handicapantes, etc. La classification internationale du fonctionnement humain, du handicap et de la santé définit la dépendance comme la résultante d'une interaction entre une déficience ou trouble de santé cause d'incapacité et de limitation d'activité avec un environnement au sens large [Guichard and Huteau, 2007]. En France, la première cause d'handicap est l'accident vasculaire cérébral (AVC) : c'est un déficit neurologique soudain d'origine vasculaire causé par un infarctus ou une hémorragie au niveau du cerveau [Emmerich and Blétry, 1998].

Chaque année, 150 000 personnes sont touchées par un AVC, 20% des personnes atteintes meurent dans le mois qui suit, ce qui rend cette attaque deux fois plus dangereuse que les accidents de la circulation. 75% des survivants gardent des séquelles définitives et 33% deviennent handicapés [GRPA, 2011]. Le handicap lié à l'AVC est connu sous le nom de l'hémiplégie, c'est la paralysie d'un ou plusieurs membres d'un seul côté du corps. Elle peut être totale, et dans ce cas, le membre supérieur, le membre inférieur, le tronc et la moitié de la face sont touchés. L'hémiplégie peut engendrer la perte de la marche, des mouvements d'un bras, coude ou épaule, la perte de la parole et de la compréhension.

La récupération des fonctionnalités dépend pour beaucoup de l'âge du patient (plasticité cérébrale) et du degré d'atteinte au niveau du cerveau [Patten et al., 2004]. Souvent la récupération est très difficile pour les personnes adultes et, en absence de solution définitive et adéquate, la station assise devient permanente pour les personnes hémiplégiques. D'un point de vue médical, cette situation n'est pas sans conséquences puisque le fait de ne pas solliciter son corps pour les activités quotidiennes peut aggraver l'état du patient directement (déminéralisation osseuse, escarres, etc.) ou indirectement (fracture, troubles neurologiques, isolement social, etc.). Maintenir la station debout et retrouver des capacités de déambulation est donc un objectif important pour la santé. C'est aussi une attente, un rêve pour les personnes qui en souffrent et qui le vivent comme un interminable deuil poussant parfois les patients à tenter tous les moyens possibles et à prendre des risques inconsidérés dans l'espoir de remarcher.

### 3.2 Projet VHIPOD

Afin d'améliorer le quotidien des personnes handicapées, plusieurs projets de recherche visent à développer des dispositifs d'assistance pour le déplacement et la verticalisation. En ce qui concerne le déplacement, on peut retrouver des dispositifs d'assistance de type déambulateur robotisé, le but est d'étendre la capacité de la marche avec un système de soutien au déplacement. Malheureusement, ce type d'assistance n'est pas envisageable pour des personnes hémiplégiques (généralement préconisé pour des personnes âgées souffrant d'une diminution de leur capacité motrice) à cause de l'asymétrie du handicap sur le plan sagittal ce qui rend les patients incapables de saisir la poignée du coté paralysé et même s'ils y arrivent, ils sont incapables d'exécuter des mouvements de marche symétriques et réguliers. Ce premier point souligne l'importance d'une assistance au déplacement complètement motorisée (base mobile). Le deuxième volet de recherche traite la question de la verticalisation, plusieurs types de verticalisateur conçu spécifiquement pour les besoins des personnes hémiplégiques afin de les assister à se mettre debout de la façon la plus fidèle au mouvement naturel.

Le projet VHIPOD a pour objectif de concevoir un véhicule électrique individuel de transport en station debout pour personne handicapée avec aide à la verticalisation. Entre le déambulateur et le fauteuil roulant, ce dispositif sera doté d'une fonction d'assistance au passage assis-debout. Pouvant être utilisé à partir de n'importe quelle surface d'assise habituelle, le véhicule permettra de circuler à l'intérieur ou l'extérieur et de se déplacer en position verticale. Le projet est financé par l'agence nationale de recherche (ANR) dans son programme Tecsan « technologies pour la santé et l'autonomie ». Il réunit des partenaires cliniques (le CEREMH et le centre de rééducation de Kerpape) et académiques (université de Valenciennes, CRHU de Brest) autour de la société BA Systèmes spécialisée dans la conception de plates-formes robotisées et la société ADM concept spécialisée dans le design et la réalisation de projets avec l'industrie automobile. Du point de vue de la robotique, deux problématiques fondamentales font l'objet de ce projet :

- Quelle est la meilleure façon pour concevoir une base mobile permettant de répondre aux attentes du projet (déplacement autonome à l'intérieur / extérieur)? Peut-on envisager d'étendre l'utilisation des méthodes avancées de commande à des applications robotique à haut risque (interaction robot/ personne handicapée)?
- Quels sont les paramètres déterminants lors de l'exécution d'un passage assisdebout? Comment assister une personne hémiplégique afin d'exécuter un passage assis-debout proche du mouvement sain? Quels sont les degrés de liberté impliqués dans le mouvement et comment définir la forme de l'interface robotique d'assistance?

Cette thèse a pour objectif de répondre aux questions posées ci-dessus. Le choix de la base mobile s'est porté sur un gyropode. Cela est dû aux multitudes avantages que présentent ce type de système, tels que le faible encombrement et la manœuvrabilité dans les espaces étroits. Deux parties essentielles constituent ce travail (Figure.1) : Stabilisation et commande des gyropodes, le but est d'étudier la faisabilité dans différents contextes afin de pouvoir étendre l'utilisation du gyropode au transport des personnes handicapées. La deuxième partie porte sur la conception et commande d'une interface robotique pour une étude biomécanique du passage assis-debout chez les personnes hémiplégiques.



FIGURE 1: Problématique du projet VHIPOD

## 3.3 Contribution

Mes travaux de recherche portent sur le développement des outils de modélisation et l'exploration de l'applicabilité de l'approche Takagi-Sugeno (TS) pour la commande des systèmes robotiques complexes.

Assister des personnes souffrant de déficience motrice pour leur redonner une certaine autonomie et un confort de vie nécessite dans un premier temps de comprendre au mieux les tenants et aboutissants de leur pathologie afin de pouvoir proposer des solutions adaptées à leur situation. Pour cela, la problématique d'assistance des personnes hémiplégiques a été décomposée en deux parties : l'assistance robotisée au passage assis debout (PAD) et la mobilité via une solution robotisée auto-équilibrée à deux roues.

Dans cette optique et dans le cadre de cette thèse, un banc d'essai à architecture cinématique parallèle a été conçu pour l'analyse de l'assistance au PAD. Des essais biomécaniques ont été effectuée au CRHU de Brest afin de proposer des stratégie d'assistance au PAD pour des personnes hémiplégiques (Figure.2).

Développer une loi de commande non linéaire basée sur l'approche TS pour ce type d'architecture est un réel challenge scientifique. La présence de plusieurs boucles cinématiques dans le système conduit souvent à un modèle dynamique très complexe (comportant un grand nombre de non-linéarités) ; il en découle un modèle TS avec un très grand nombre de règles floues. Avec un tel modèle polytopique, le problème de synthèse de commande mis sous forme d'inégalités matricielles linéaires (LMIs) aboutit souvent à des conditions de stabilité très conservatives.



FIGURE 2: Banc d'assistance au PAD.

Afin de générer un modèle TS utilisable pour la commande de robots parallèles, une nouvelle approche de modélisation a été proposée. Celle-ci consiste à utiliser le principe des puissances virtuelles afin de générer un modèle algébro-différentiel (DAE) comportant un découpage du robot en plusieurs sous-systèmes. Notre approche permet de réduire considérablement le nombre de règles du modèle TS et par conséquent le conservatisme des conditions LMIs. Ce travail.

Concernant la problématique de mobilité des personnes hémiplégiques, des lois de commande basées sur l'approche TS standard et descripteur ont été proposées afin d'étudier la stabilisation du véhicule mobile à deux roues dans des contextes particuliers relatifs au déplacement sur une pente et au franchissement de petite marche. Les résultats de ce travail ont permis de concevoir un robot auto-équilibré potentiellement capable de répondre aux problématiques citées auparavant (Figure.3). Prochainement, des tests expérimentaux seront effectués pour tester la validité de l'approche proposée.



FIGURE 3: Modèle CAO d'un prototype auto-équilibré

## Références

- [Emmerich and Blétry, 1998] Emmerich, J. and Blétry, O. (1998). Maladies des vaisseaux. Doin Editions, Paris.
- [GRPA, 2011] GRPA (2011). AVC : Statistiques et chiffres. http://grpa.ca/ avc-statistiques-et-chiffres/. Accessed : 29/01/2016 at 19 :19.
- [Guichard and Huteau, 2007] Guichard, J. and Huteau, M. (2007). Orientation et insertion professionnelle - 75 concepts clés : 75 concepts clés. Dunod.
- [Nation, 2016] Nation, U. (2016). Factsheet on Persons with Disabilities. http://www.un.org/disabilities/default.asp?id=18. Accessed : 29/01/2016 at 19:51.
- [Patten et al., 2004] Patten, C., Lexell, J., and Brown, H. E. (2004). Weakness and strength training in persons with poststroke hemiplegia : rationale, method, and efficacy. *Journal of Rehabilitation Research and Development*, 41(3A) :293–312.
- [wikipedia, 2015] wikipedia (2015). Cinquième risque Wikipedia, the free encyclopedia. [Online; accessed 29-january-2016].

### UNIVERSITE DE VALENCIENNES ET DU HAINAUT CAMBRESIS

Le Mont Houy - 59313 VALENCIENNES Cedex 9 - Tél 03-27-51-12-34 Télécopie 03-27-51-10-00

RAPPORT	
DE SOUTENANCE DE	THESE

### THESE DE DOCTORAT

THESE SOUTENUE LE 15 septembre 2016

PAR : Monsieur Benyamine ALLOUCHE

SUJET DE LA THESE :

« Modélisation et commande des robots : nouvelles approches basées sur les modèles Takagi-Sugeno ».

COMPOSITION DU JURY :

M.M'SIRDI K.N., Professeur à l'Université d'Aix-Marseille M. EL HAJJAJI A., Professeur à l'Université de Picardie – Jules Verne – Amiens M.PLESTAN F., Professeur à l'Ecole Centrale de Nantes M.CHEMORI A., Docteur, CR1 –CNRS LIRMM – Montpellier M.BOURI M., Docteur – EPFL ST1 LSRO MED 3 – Lausanne –Suisse M.VERMEIREN L., Professeur à l'Université de Valenciennes M.DEQUIDT A., Maître de conférences – Université de Valenciennes M.DAMBRINE M., Professeur à l'Université de Valenciennes M.CAU J., BA Systèmes – BA HEALTHCARE9 – Mordelles, Invité Rapport de soutenance :

Monsieur Benyamine Allouche a réalisé une présentation claire, très riche, avec un réel souci pédagogique.

Le jury tient à souligner le caractère multidisciplinaire de son travail (automatique, robotique, mécanique), ainsi que son côté multi-partenarial (interlocuteurs académiques, cliniques, industriels). À noter également le fait que B. Allouche a su mener une recherche méthodologique et appliquée, ce qui est remarquable, avec le développement d'un système expérimental conséquent (qui sera utilisé dans des recherches à venir).

B. Allouche a répondu avec pertinence aux questions nombreuses et variées (sur des aspects théoriques, appliqués et technologiques).

Pour toutes ces raisons, le jury unanime lui décerne le grade de Docteur de l'Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, spécialité Automatique, avec la mention « Très honorable ».

A Valenciennes, le 15/09/2016

Le Président et les membres du jury : amlu



Laboratoire des Sciences de l'Information et des Systèmes

Marseille le 5 Sept 2016,

## Rapport sur le mémoire de Thèse:

# Modélisation et commande des robots: nouvelles approches basées sur les modèles Takagi - Sugeno

Présenté par: Benyamine Allouche

**Pour obtenir:** le grade de Docteur de l'université de Valenciennes et du Hainaut - Cambrésis,

Spécialité: Automatique, Laboratoire: LAMIH

**Directeurs de thèse:** Laurent Vermeiren, Antoine Dequidt et Michel Dambrine **Rapport fait par:** Nacer Kouider M'SIRDI, Professeur à Polytech Marseille et l'Université d'Aix Marseille (AMU).

Chercheur au LSIS: Laboratoire des Sciences de l'Information et des Systèmes; UMR-CNRS 7296.

Le rapport de Mr Benyamine Allouche, présente les travaux de recherche effectués, dans le cadre de sa thèse au LAMIH, sur la modélisation et la commande de robots (auto-équilibré) d'aide aux personnes souffrant de déficience motrice, avec verticalisation. Il s'agit d'un sujet multidisciplinaire, intéressant, d'actualité et présentant des problèmes ouverts en robotique et surtout en automatique. L'assistance aux personnes handicapées et divisée en deux parties: l'aide par un système robotisé au Passage Assis Debout (PAD) et la mobilité via un robot mobile.

L'auteur propose une stratégie de commande basée sur les modèles de Takagi-Sugeno pour des robots mobiles auto-équilibrés et des manipulateurs pour la verticalisation. Le choix de cette approche va donc influer sur la présentation du mémoire et surtout la modélisation du système en vue de la synthèse de lois de commande exploitant les modèles TS et les LMI. Cette approche, pour moi est originale; Elle se distingue de celle, classique, des roboticiens qui auraient commencé par la modélisation dynamique du Système Mécanique Articulé, ensuite feraient le bilan des contraintes pour enfin aborder la génération des efforts (forces et couples) qui s'en suivent pour en déduire (selon les singularités rencontrées) les degrés de liberté à controler en force et en position.

Le mémoire proposé, se compose de 5 chapitres, d'une introduction générale, d'une conclusion générale et d'une partie annexe et de références bibliographiques.

L'introduction générale présente très rapidement le contexte de l'application considérée et donne la composition du mémoire de thèse qui commence par le contexte du problème, rappele l'approche de Takachi-Sugeno, la commande de robots auto-équilibrés et celle des manipulateurs, pour finir avec la commande de manipulateurs parallèles avec contraintes.

Le premier chapitre décrit le contexte medico-social de l'application considérée, cite le projet ANR VHIPOD dans lequel s'inscrit la thèse et donne un état de l'existant des robots d'assistance à la personne pour le PAD et la mobilité. Le banc d'assistance au passage assis- debout qui a été réalisé, dans le projet ANR est décrit très rapidement.

Le chapitre deux rappelle les grandes lignes de l'approche de Takagi - Sugeno pour la commande







Adresse postale : LSIS - UMR CNRS 7296 - Domaine Universitaire de Saint-Jérôme, avenue Escadrille Normandie Niemen - 13397 MARSEILLE Cedex 20



## Laboratoire des Sciences de l'Information et des Systèmes

de processus continus. Il présente ensuite les outils de stabilisation, d'analyse de la stabilité et la robustesse de tels modèles. Les condition de stabilité sont formulèes en termes d'inégalités matricielles (LMI). Ce chapitre se termine par une discussion rapide sur l'applicabilité de l'approche TS en robotique à cause des non linéarité et de sont conservatisme. Des exemples simples (comparés à un bras 3 ddl) et linéaires sont utiliséss pour les illustration.

Le troisième chapitre, porte sur la commande de robot auto-équilibrés pour la mobilité des personnes. Le modèle d'un gyropode est développé, pour des mouvements dans le plan sagittal en supposant le roulement sans glissement et les contacts ponctuels, ensuite la stabilisation de posture et le suivi de trajectoire sont commande par l'approche TS. Les cas de mouvement sur une pente et le franchissement d'obstacles (tels que la bordure d'un trottoir) sont considérés toujours sous les mêmes hypothèses. Les simulations montrent de très bons résultats, mais le modèle de simulation est lui même également dans le cas de contacts poncteuls, sans glissement et sans modèle de contact roue- sol (donc pas assez réaliste).

Le quatrième chapitre présente l'étude de modélisation (DAE) de bras manipulateurs. Les modéles du Biglide et du Triglide sont développées dans le cas de corps rigides, sans jeux ni flexibilités.

Le dernier chapitre applique, aux robots manipulateurs, la commande PDC (Parallel Distributed Compensation). Les modèles DAE du chapitre 4 (d'indice 3) considérés pour illustrer le découplage par réduction d'indice et proposer des solutions pour résoudre le 'problème' de bouclage algébrique lié à la singularité inhérente des modèles développés. Ce bouclage est en fait, selon les roboticiens, la modélisation des efforts internes générés par les contraintes mécaniques. L'étude de ce volet aurait été intéressante, ne serait-ce que pour la comparaison avec des approches maintenant classiques en robotique.

La conclusion générale, termine le manuscrit en rappelant rapidement les travaux présentés dans la thèse en apportant une clarification liant toutes les contributions de la thèse dans le cadre du projet VHIPOD. La contribution est essentiellement théorique, étayée par des simulation sans trop de discussion sur la validation expérimentale de modèles et leur interprétations physiques. L'auteur propose quelques perspectives, sur les plans pratique et théorique, sans oublier l'extension des modèles à l'espace complet.

Il s'agit d'un travail de recherche explorant un sujet multidisciplinaire, intéressant et difficile, à caractère robotique, théorique et pratique. La thèse propose de nouvelles méthodes de controle commande, basées sur l'approche TS pour un système mécanique complexe et apporte de fortes contributions, comme en témoigne également, les nombreuses communications faites par l'auteur.

Je donne un avis favorable à la soutenance de la thèse de Mr Benyamine Allouche, en vue de l'obtention du diplôme de docteur de Valenciennes et du Hainaut - Cambrésis.

	Fait à Marseille le S Professeur Nacer Koui Aix Marseille Unive Polytech Marseille	September 6, 2 der MSird rsité et	016
rs	Aix*Marseille	UNIVERSITÉ SUD	ARTS ET MÉTIERS ParisTech

Adresse postale : LSIS - UMR CNRS 7296 - Domaine Universitaire de Saint-Jérôme, avenue Escadrille Normandie Niemen - 13397 MARSEILLE Cedex 20 Tél. : 33 (0)4 91 05 60 30 Fax. : 33 (0)4 91 05 60 33



Laboratoire MIS 33, rue Saint Leu 80039 AMIENS Cedex 1 France Tél. +33 3 22 82 59 17 Fax +33 3 22 82 76 18

### Rapport sur le mémoire de thèse de Monsieur Benyamine Allouche intitulé

# «Modélisation et commande des robots : nouvelles approches basées sur la modélisation Takagi-Sugeno»

En vue d'obtenir le grade de Docteur de l'Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis.

Le travail de thèse de doctorat de Monsieur Benyamine Allouche rentre dans le cadre du projet VHIPOD (Véhicule individuel de transport en station debout auto-équilibré pour personne handicapée avec aide à la verticalisation) financé par l'ANR. Il vise à concevoir et réaliser un système d'assistance en vue d'améliorer l'autonomie des personnes handicapées en utilisant des outils de modélisation et de contrôle basés sur l'approche Takagi-Sugeno(TS). Le mémoire est organisé en cinq chapitres, encadrés par une introduction et une conclusion, complétés par une bibliographie et des annexes. L'introduction générale présente la motivation et les objectifs de la thèse et décrit l'organisation du mémoire. Le premier chapitre rappelle le contexte dans lequel s'inscrit le travail et donne un état de l'art sur les systèmes d'assistance à la mobilité des personnes handicapées. Le chapitre 2 est consacré à l'analyse de la stabilité et de la stabilisation des modèles flous de type Takagi Sugeno(TS) sous forme standard et descripteur. La commande des robots auto-équilibrés par l'approche TS est traitée dans le chapitre 3. Les chapitres 4 et 5 sont consacrés à la modélisation et à la commande des robots manipulateurs en utilisant l'approché PDC basée sur des modèles TS descripteurs.

Le premier chapitre décrit les principales caractéristiques du banc d'assistance développé dans le cadre du projet ANR VHIPOD. Après une description du contexte et des objectifs du projet, un état de l'art sur les systèmes d'assistance permettant aux personnes hémiplégiques de passer de la position assise à debout, est présenté. L'accent est mis sur l'architecture cinématique et la stratégie d'assistance dite Passage Assis-Debout (PAD) en prenant en compte la problématique liée à la nature du sol. Je dois souligner que ce chapitre est très pédagogique et permet de bien



montrer l'intérêt scientifique et technique d'un tel système pour l'assistance des personnes handicapées. Il serait souhaitable de préciser les rôles des autres partenaires dans le projet.

Le deuxième chapitre concerne la commande des systèmes non linéaires décrit par les modèles flous de type Takagi-Sugeno standards et descripteurs. Il rappelle les principes de la modélisation TS des systèmes non linéaires en utilisant les secteurs des non linéarités et quelques techniques d'analyse de stabilité et de stabilisation en utilisant le formalisme LMI (Linear Matrix Inequality). Les problèmes de la robustesse, de l' $\alpha$ -stabilité et de la poursuite de trajectoires sont brièvement présentés. Bien que qu'il n'y ait pas d'apport théorique dans ce chapitre, il constitue une bonne base pour les stratégies de commande des robots manipulateurs présentées dans les chapitres trois et cinq.

Le troisième chapitre est dédié à la commande des robots auto-équilibrés en utilisant l'approche descripteur et le formalisme LMI. Ainsi, un contrôleur non-PDC avec intégrateur pour le suivi de consigne, a été appliqué à un gyropode en pente décrit par un modèle TS descripteur. Des résultats de simulation sont donnés pour illustrés la technique utilisée. L'étude a ensuite été étendue au problème de franchissement de marches. Des lois de commande PDC et non PDC ont été appliquées à un modèle dynamique d'un robot manipulateur représenté par un modèle TS descripteur. Des comparaisons avec l'approche TS guadratique, sont données pour mettre en évidence les avantages de la commande non PDC basée sur un modèle descripteur du robot auto-équilibré lors de l'affranchissement des marches.

Le quatrième chapitre traite le problème de la modélisation des robots manipulateurs. Après, la présentation des outils et de quelques formalismes de modélisation des chaines cinématiques et dynamiques des manipulateurs en mettant l'accent sur les systèmes de coordonnées et les singularités, des modèles dynamiques avec des contraintes algébriques sont développés pour des robots manipulateurs à 2 et 3 ddl. Ces modèles seront reécrits sous forme TS descripteur pour la synthèse des lois de commande dans le dernier chapitre.

Le cinquième chapitre porte sur la commande PDC des robots manipulateurs parallèles décrits pas des équations algébro-différentielles. Il regroupe les principales contributions du candidat. Après une description des modèles TS descripteurs qui sont plus généraux et mieux adaptés pour décrire une large catégorie des systèmes non linéaires, le problème de synthèse de la commande PDC a été étudié dans le cas des modèles TS avec une matrice de commande commune et des prémisses dépendantes de la commande. Trois solutions sont proposées. La première considère une dynamique supplémentaire, la seconde un échantillonnage partiel et la troisième est analytique. La dernière partie de ce chapitre est consacrée à la commande PDC avec intégrateur du Biglide (Robot à 2 ddl) et du Triglide (3ddl), Des résultats de simulation sont présentés. Je pense que les comparaisons avec la commande CTC méritent d'être plus approfondies pour mieux mettre en évidence les performances de la commande proposée en termes de robustesse et du suivi. Quelques résultats sur le banc d'essai sont également présentés. Pour mieux évaluer les aspects temps réel et sécurité, des tests supplémentaires sont également à prévoir.

La conclusion du mémoire présente une synthèse des travaux et dresse quelques perspectives.



http://www.mis.u-picardie.fr

En résumé, le mémoire de Monsieur Allouche est d'un point de vue général, clair, bien structuré et la rédaction est soignée. La lecture est relativement aisée et agréable. Le travail présenté dans ce mémoire couvre des aspects méthodologiques et appliqués de l'automatique et de la robotique médicale. Sa contribution principale concerne la modélisation et la commande des robots manipulateurs décrits par des modèles TS descripteurs. Il est le résultat d'un projet collaboratif avec des partenaires académiques, industriels et cliniques, financé par l'ANR. Côté valorisation, Monsieur Allouche fait état dans son mémoire de 7 communications internationales, 2 nationales, d'une publication en révision dans un journal international et d'un brevet en cours de dépôt. En conséquence, je donne un avis favorable à l'acceptation de ce travail et à l'autorisation de sa soutenance en vue de l'obtention de grade de Docteur de l'Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis.

Fait à Amiens le 05 Septembre 2016

A. EI HAJJAJI Professeur à l'Université de Picardie Jules Verne



http://www.mis.u-picardie.fr





Valenciennes le 25 janvier 2017

### Avis sur la candidature de Monsieur Benyamine ALLOUCHE au prix de thèse IFRATH-KAELIS 2016

Le Dr Benyamine Allouche a effectué son doctorat au Laboratoire d'Automatique, de Mécanique et d'Informatique Industrielles et Humaines (LAMIH), sous ma direction qu'il a soutenu le 15 septembre 2016. Les travaux menés entrent dans le cadre du projet ANR TECSAN VHIPOD (2013-2017) « Véhicule de transport en station debout individuel auto-équilibré pour personne handicapée avec aide à la verticalisation » qui s'inscrit dans l'axe thématique 3 : « compensation du handicap et de la perte de l'autonomie ». Ce projet d'innovation a pour objectif de créer un nouveau véhicule qui combine la préservation de la position verticale et l'aide au passage assis debout dans les deux sens pour les personnes handicapées dont la marche est impossible ou trop difficile. Après redéfinition du contexte de la littérature sur ces véhicules, le projet a opté pour une solution d'aide à la verticalisation avec une ergonomie bien particulière. Cette solution technologique originale est issue d'essais réalisés sur un banc d'expérimentation de l'assistance conçu dans le cadre de la thèse. Ces essais ont été menés au LAMIH et au CHU de Brest sur la population cible afin de bien vérifier la faisabilité du passage assis debout et debout assis avec cette solution, puis modéliser les grandeurs nécessaires à la conception du démonstrateur. Cette thèse dans le domaine de la robotique d'assistance est la première au sein du LAMIH.

Dr Benyamine Allouche est un candidat sérieux, travailleur et qui a réellement acquis du recul dans son domaine. Il a su mener à bien des travaux de recherche dans un temps imparti en collaboration avec les partenaires industriels du projet ANR. Il sait allier les aspects pratiques, inévitables dans ce genre de projet, avec une démarche scientifique rigoureuse. D'un point de vue théorique, il a travaillé sur la modélisation et la commande de robots parallèles notamment pour des PMR (Personnes à Mobilité Réduite). Son apport méthodologique principal se situe dans l'utilisation des puissances virtuelles qui permettent de générer un modèle algébro-différentiel; sur lequel des outils issus des modèles quasi-LPV (ou de Takagi-Sugeno) sont exploitables notamment ceux basés sur des contraintes LMI. Les résultats obtenus ont fait l'objet de scientifiques (1 revue internationale impactée, 7 publications conférences internationales, 3 conférences nationales, 1 présentation lors d'une journée GT Systèmes mécatroniques du GDR CNRS MACS, 1 présentation lors d'une Journée Régional des Doctorants en Automatique) et d'un brevet en cours de dépôt.

Au vu du sérieux du candidat et des résultats obtenus, c'est sans aucune réserve que j'appuie la candidature de Dr Benyamine Allouche pour le prix de thèse IFRATH-KAELIS 2016.



DE MÉCANIQUE ET D'INFORMATIQUE INDUSTRIELLES ET HUMAINES SIDIE UMR CNRS 8201

Université Université Université Université Université Université Université Université INSTITUT Le Mont Houy - 59313 Valenciennes Cedex 9 Tél. : 03.27.51.xx.xx http://www.univ-valenciennes.fr

Professeur Laurent Vermeiren

Vancue



# Modeling and PDC fuzzy control of planar parallel robot: A differential algebraic equations approach

Abstract Many works in the literature have studied the kinematical and dynamical issues of parallel robots. But, it is still difficult to extend the vast control strategies to parallel mechanisms due to the complexity of the model-based control. This complexity is mainly caused by the presence of multiple closed kinematic chains making the system naturally described by a set of differential algebraic equations (DAEs). The aim of this work is to control a two-degree of freedom (2-DOF) parallel manipulator. A mechanical model based on DAEs is given. The goal is to use the structural characteristics of the mechanical system to reduce the complexity of the nonlinear model. Therefore, a trajectory tracking control is achieved using the Takagi-Sugeno (TS) fuzzy model derived from the DAEs form and its LMI constraints formulation (Linear Matrix inequality). Simulation results show that the proposed approach based on DAEs and TS fuzzy modeling leads to a better robustness against the structural uncertainties.

Keywords parallel manipulator, Takagi-Sugeno model, parallel distributed compensation, differential-algebraic equations, LMI.

### 1. Introduction

In modern societies, manipulators have become a key tool in industry due to their great versatility in repetitive task. The mechanical architectures traditionally used in automated production line are based on serial robots. These robots are made of a sequence of rigid links serially assembled through revolute and/or prismatic active joints [1]. In other words, the end-effector is connected to the base via a single open-loop kinematic chain which gives them a large workspace and high dexterity [2]. Despite these advantages, serial robot suffer from high inertia due to the position of actuators, which are located on the moving part, they also suffer from a low payload-to-weight ratio and a low precision due to the cumulative joint errors and link deflection. Owing to the drawback of serial robot, parallel manipulators have taken a great interest in many applications, such as high speed machining, assembly and packaging task, flight simulators and various medical and space applications [3–7]. Parallel robots are generally characterized by their non-anthropomorphic shape, they are composed of an end-effector connected to a base by at least two separate and independent kinematic chain [8]. This multiple kinematic chain provides a high rigidity and agility with a high payload-to-weight ration due to the deportation of the actuators to the base and the distribution of the load between different chain[9]. However, they suffer from some drawbacks such as limited workspace, abundance of singularities [10] and complex dynamic model caused by the presence of multiple closed kinematic chains (CKCs) [11].

Many works discussed the kinematics or the dynamics issues of CKCs [9, 12]. But, it is still relatively difficult to extend the vast control theory developed for serial manipulator to the parallel one and this difficulty is due to the complexity of the model-based control [13]. This complexity comes from the fact that parallel robot are described by a set of differential algebraic equations (DAEs) of *index-3* [14]. This differential index represents the number of time differentiating the constraint equations to obtain a set of ordinary differential equations (ODEs) [15]. The main difficulty here is the high differential index (*index > 2*) [16, 17]. This makes the DAEs not explicitly expressed in the state-space representation which is suitable form for most of the control strategies.

In the case where the model of the robot is given on the ODEs form, the simplest way for the control is the famous linear single axis control (PID) in the joints space [8, 18–22]. This method is well-known for its effectiveness under the assumption of locally linear dynamics. It is verified only for low-speed control and cannot be efficient over the whole workspace with a single tuning [23]. An equivalent version of linear single axis control in the Cartesian space is given in [24–27]. In this case many simplifications are assumed which leads to a lack of accuracy and stability [27]. Another famous approach based on feedback linearization is the computed torque control (CTC) [28]. This technique is widely spread in serial robotics [8, 29, 30] and has been implemented on several parallel platforms [23, 31]. From this, the literature on the control of parallel robot based on ODEs-models is very large and mainly depends on the complexity of the studied manipulator and the targeted control strategy [3, 10, 23, 32–36]. Despite this non-exhaustive scope, models of CKCs are still complex and highly nonlinear in most cases which makes the guarantee of stability in the Lyapunov sense quite difficult.

The aim of this work is to deal with the parallel robot on its DAEs form, the difficulty here is that the DAEs forms are not expressed explicitly in state-space representation [37]. From this, in the second section a DAEs model is presented, then the ODEs model is deduced to show how complex the ODEs model could be. After that, a technique based on the input output linearisation is used to write the DAEs model on the state-space representations with an algebraic equation helping to compute the nonlinear parameters which represent the internal forces of the robots. The originality here is that by computing the internal forces the robot can be fully described by two decoupled sub-model and then, depending on the complexity of those models, the robot can be controlled either in the joints space or in the operational space. In the third section, a brief description of the Takagi-Sugeno modeling and control is given. The TS modeling is applied on the legs model of 2-DOF parallel manipulator by transforming the internal forces as a premises for the control law. The interest of bonding the internal forces is to make the system naturally robust against the structured uncertainties just by solving some simple LMI. In the last sections, a comparison between PDC and CTC control laws is presented and some concluding remark are given.

### 2. Mechanical modeling of a 2-DOF parallel manipulator

### 2.1. DAEs model of Biglide

The Biglide is a 2-DOF planar parallel manipulator [31, 38] (Fig.1). This parallel kinematic machine consists of two bars mounted through a joint on two separate sliding blocks (active prismatic joints), the extremity of each bar is connected to an end-effector thereby forming a closed kinematic chain. This configuration allows the positioning of the end-effector (operational coordinates:  $X = \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix}^T$ ) at a specified point in the operational space by controlling the position  $q = \begin{bmatrix} q_1 & q_2 \end{bmatrix}^T$  (active joint coordinates) of the prismatic joints.



Figure 1. Kinematic diagram of Biglide robot

The kinematic analysis of the Biglide leads to the following constraint of loop-closure

$$\phi(q, X) = 0 \text{ with } \phi(q, X) = \begin{pmatrix} (x - q_1)^2 + y^2 - a^2\\ (q_2 - x)^2 + y^2 - a^2 \end{pmatrix}$$
(1)

The Inverse kinematics can thereby be expressed as

$$q = g(X) \text{ with } g(X) = \begin{pmatrix} x - C(y) \\ x + C(y) \end{pmatrix}$$
,  $C(y) = \sqrt{a^2 - y^2}$  (2)

Thanks to its simple mechanism, the forward kinematics of the Biglide can be easily derived from equation (2):

$$X = g^{-1}(q) \quad with \quad \left(\frac{\frac{q_1 + q_2}{2}}{\sqrt{a^2 - \frac{(q_1 - q_2)^2}{4}}}\right) \tag{3}$$

Under the assumption that the mechanical system satisfies the loop-closure constraint, the kinematic relationship between end-effector velocities and active joints velocities is computed by differentiating the constraint (1) with respect to time, this relationship is conventiely described by two Jacobian matrices  $J_x(X,q)$  and  $J_q(X,q)$  [9] as

$$J_x(X,q)X = J_q(X,q)\dot{q}$$

$$(4)$$

with  $J_x(X,q) = \begin{bmatrix} x - q_1 & y \\ x - q_2 & y \end{bmatrix}$ ,  $J_q(X,q) = \begin{bmatrix} x - q_1 & 0 \\ 0 & x - q_2 \end{bmatrix}$ 

In order to derive motion equations of the Biglide, the structural characteristics of the robot are exploited to write a model based on two independent subsystems: the end-effector dynamics and the open kinematic chains dynamics. The actuator

forces (robot inputs) are denoted by  $\Gamma = [\Gamma_1 \Gamma_2]^T$  (Fig.1). The passive joint coordinates are denoted  $\theta = [\theta_1 \theta_2]^T$ . The robot is subject to gravity  $\overrightarrow{g} = -g \overrightarrow{j}$  with  $\|\overrightarrow{j}\| = 1$ . The active and passive joint coordinates of each link are denoted  $\rho_i = [q_i \theta_i]^T$ , i = 1, 2. The dynamics of each leg are denoted by  $H_i$  while the dynamic of end-effector is denoted by  $F_p$ . Thereby, the dynamics can be easily obtained from different formalisms such as Newton-Euler equations, Lagrange equations or virtual work [8] as

$$H_i = M_{\rho_i}(\rho_i)\ddot{\rho}_i + N_{\rho_i}(\rho_i,\dot{\rho}_i)\dot{\rho}_i + G_{\rho_i}(\rho_i)\rho_i$$
(5)

$$F_p = M_x(X)\ddot{X} + G_x(X)X \tag{6}$$

where  $M_{\rho_i}(\rho_i) = \begin{bmatrix} m_i & -ms_i \sin \theta_i \\ -ms_i \sin \theta_i & J_i \end{bmatrix}$  and  $M_x(X) = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$  represents the inertia matrices;

 $N_{\rho_i}(\rho_i, \dot{\rho}_i) = \begin{bmatrix} b_i \ ms_i \cos \theta_i \dot{\theta}_i \\ 0 \ 0 \end{bmatrix}$  represents the centrifugal and Coriolis matrix;

$$G_{\rho_i}(\rho_i) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & ms_i g \cos \theta_i / \theta_i \end{bmatrix} \text{ and } G_x(X) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & mg / y \end{bmatrix} \text{ represents the gravity matrices.}$$

With m,  $m_i$ ,  $m_s_i$ ,  $J_i$ , i = 1, 2 are the inertial parameters of the robot, which are the end-effector mass, the mass and the first and second moments of link i related to revolute joint axis on the sliding block 1 and 2, respectively.

From the kinematic constraint it is easy to write passive joints coordinates function of operational coordinates.

$$\theta = \mu(X) \text{ where } \mu(X) = \tan^{-1}(C(y)/y) [1 - 1]^T$$
(7)

Thereby, the velocities of passive joints can be expressed as

$$\dot{\theta} = K_x(X)\dot{X} \text{ where } K_x(X) = \begin{bmatrix} 0 & 1/C(y) \\ 0 & -1/C(y) \end{bmatrix}$$
(8)

Using the equations (7-8), the dynamic of the open-kinematic chain  $H_i$ ,  $i = \{1, 2\}$  given by equation (5) are reordered into active part  $H_q$  and passive part  $H_{\theta}$  such that:

$$\begin{bmatrix} H_q \\ H_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ \theta \end{bmatrix}$$
(9)

with  $M_{11} = diag(m_1, m_2)$ ,  $M_{12} = M_{21} = diag(-ms_1sin\theta_1, -ms_2sin\theta_2)$ ,  $M_{22} = diag(J_1, J_2)$ ,  $N_{11} = diag(b_1, b_2)$ ,  $N_{12} = diag(ms_1cos\theta_1\dot{\theta}_1, ms_2cos\theta_2\dot{\theta}_2)$ ,  $G_{22} = diag(ms_1g\cos\theta_1/\theta_1, ms_2g\cos\theta_2/\theta_2)$ .

The virtual power  $P_r^*$  of the overall dynamic (6,9) of the robot [11, 39] is first written with a dependent virtual velocity field  $(\dot{q}^{*T}, \dot{\theta}^{*T}, \dot{X}^{*T})$  such that:

$$P_r^* = \dot{q}^{*T} (H_q - \Gamma) + \dot{X}^{*T} F_p + \dot{\theta}^{*T} H_\theta = 0$$
(10)

Using (8), the virtual passive velocities is eliminated with  $\dot{\theta}^{*T} = \dot{X}^{*T} K_x^T$ , leading to the following form

$$P_r^* = \dot{q}^{*T}(H_q - \Gamma) + \dot{X}^{*T}(F_p + K_x^T H_\theta) = 0$$
(11)

The new virtual velocities field  $(\dot{q}^{*T}, \dot{X}^{*T})$  is still dependent. Therefore, we introduce the Lagrange multipliers  $\lambda = [\lambda_1 \ \lambda_2]^T$  such that, the virtual power of the constraint (1) is expressed with (4) as follow

$$P_c^* = (\dot{q}^{*T} J_q^T - \dot{X}^{*T} J_x^T) \lambda = 0 \quad , \forall \lambda = \left[\lambda_1 \ \lambda_2\right]^T \in \mathbb{R}^2$$
(12)

Finally, the virtual power with the Lagrange multipliers is expressed as follow

$$P^* = P_r^* + P_c^* = \dot{q}^{*T} (H_q + J_q^T \lambda - \Gamma) + \dot{X}^{*T} (F_p + K_x^T H_\theta - J_x^T \lambda) = 0$$
(13)

Given that the Lagrange multipliers are unknown, the virtual velocities field  $(\dot{q}^{*T}, \dot{X}^{*T})$  may be considered as independent and then, the *index-1* DAEs model of the constrained system in term of (q, X) is driven from equation (13) as

$$P^{*}=0 \quad \forall \left[\dot{q}^{*T} \ \dot{X}^{*T}\right]^{T} \in \mathbb{R}^{4} \Rightarrow \begin{cases} M_{11}^{'}\ddot{q} + M_{12}^{'}\ddot{X} + N_{11}^{'}\dot{q} + N_{12}^{'}\dot{X} + J_{q}^{T}\lambda = \Gamma \\ M_{21}^{'}\ddot{q} + M_{22}^{'}\ddot{X} + N_{22}^{'}\dot{X} + G_{22}^{'}X - J_{x}^{T}\lambda = 0 \end{cases}$$
(14a)  
(14b)

$$\in \mathbb{R}^{4} \Rightarrow \left\{ M_{21}^{'}\ddot{q} + M_{22}^{'}\ddot{X} + N_{22}^{'}\dot{X} + G_{22}^{'}X - J_{x}^{T}\lambda = 0 \right.$$
(14b)

$$-J_x \dot{X} = 0 \tag{14c}$$

with  $M'_{11} = M_{11}, M'_{12} = M_{12}K_x, M'_{21} = K^T_x M_{21}, M'_{22} = M_x + K^T_x M_{22}K_x,$   $N'_{11} = N_{11}, N'_{12} = M_{12}\dot{K}_x + N_{12}K_x, N'_{22} = K^T_x M_{22}\dot{K}_x + K^T_x N_{22}K_x, G'_{22} = G_x + K^T_x G_{22}\mu.$ 

### 2.2. Inputs outputs linearisation (IOL)

The DAEs model given by (14a) and (14b), presents the coupled dynamics between the legs and the end-effector. The algebraic variables (Lagrange multipliers  $\lambda_i$ ) represent the internal forces between the legs and the end-effector. The equation (14c) represents the algebraic constraint ensuring the assembly of the two subsystems. This model is singular, the difficulty here is that DAEs are not expressed explicitly in state-space representation [37]. From this, two main approaches have been developed. The first one is the approximation of the DAEs model to a singularly perturbed model [40]. The idea is to substitute the constraint equation with a fast dynamics representing the violation of the constraint [37, 41–43]. From a practical point of view this approach is completely justified because the connections between joints and links are elastic [44]. This method helps to relax the complexity of the non-linear model through the additional artificial dynamics but in the same time it increases the complexity of the model-based control. This makes the control applications based on the resolution of the linear matrix inequalities (LMIs) very complex due to the augmentation of the dimension of the state vector. The second technique is the input-output linearization (IOL) [45], this approach consists on solving the algebraic equation by differentiating the constraint until the appearance of the algebraic variables. The solution is used in the differential equation of the DAE system then a state-space model-based control is given. The differentiation of the constraint (14c) is written as

Jąġ

$$J_{q}\ddot{q} - J_{x}\ddot{X} + \dot{J}_{q}\dot{q} - \dot{J}_{x}\dot{X} = 0$$
(15)

By combining (15) with the DAEs model (14), a redundant ODEs model is obtained:

$$\int M_q \ddot{q} + N_q \dot{q} + J_q^T \lambda = \Gamma \tag{16a}$$

$$\begin{cases} M'_x \ddot{X} + N'_x \dot{X} + G'_x X - J^T_x \lambda = 0 \end{cases}$$
(16b)

$$\int_{q}\ddot{q} - J_{x}\ddot{X} + \dot{J}_{q}\dot{q} - \dot{J}_{x}\dot{X} = 0$$
(16c)

with  $M_q = M'_{11} + M'_{12}J_x^{-1}J_q$ ,  $M'_x = M'_{22} + M'_{21}J_q^{-1}J_x$ ,  $N_q = N'_{11} + N'_{12}J_x^{-1}J_q + M'_{12}J_x^{-1}\dot{j}_q - M'_{12}J_x^{-1}\dot{j}_x J_x^{-1}J_q$ ,  $N'_x = N'_{22} + M'_{21}J_q^{-1}\dot{j}_x - M'_{21}J_q^{-1}\dot{j}_q J_q^{-1}J_x$ ,  $G'_x = G'_{22}$ .

By replacing equations (16a) and (16b) into (16c), the Biglide parallel robot can be fully described by two different subsystem as follow:

$$Legs model \begin{cases} M_q \ddot{q} + N_q \dot{q} + J_q^T \lambda = \Gamma \end{cases}$$
(17a)

$$\begin{cases} \mathcal{P}\lambda + \mathcal{L}\dot{q} - \mathcal{Q}q - \mathcal{W}\Gamma = 0 \end{cases}$$
(17b)

$$End-effector\ model \begin{cases} M'_{x}\ddot{X} + N'_{x}\dot{X} + G'_{x}X - J^{T}_{x}\lambda = 0 \\ D \end{pmatrix} + C'\dot{X} - Q'X - MT = 0 \end{cases}$$
(18a)

$$\int \mathcal{P}\lambda + \mathcal{L}'\dot{X} - \mathcal{Q}'X - \mathcal{W}\Gamma = 0$$
(18b)

with  $\mathcal{P} = J_q M_q^{-1} J_q^T + J_x M_x^{'-1} J_x^T$ ,  $\mathcal{L} = J_q M_q^{-1} N_q - \dot{J}_q + \dot{J}_x J_x^{-1} J_q - J_x M_x^{-1} N_x^{'} J_x^{-1} J_q$ ,  $\mathcal{L}' = \mathcal{L} J_q^{-1} J_x$ ,  $\mathcal{Q}' = J_x M_x^{-1} G_x^{'}$ ,  $\mathcal{Q} = \mathcal{Q}' g^{-1}$ ,  $\mathcal{W} = J_q M_q^{-1}$ .

This is the first main results of this paper, the Biglide robot can be controlled by two different approaches depending on the targeted control law. The first approach is to only use the legs model (17). In this case the internal forces  $\lambda$  are seen as nonlinear terms to be compensated by the controller. The second approach is to only consider the end-effector model (18). In this case, the internal forces of the system are seen as a new input control defined by the algebraic equation (18b)

### 2.3. ODEs model of Biglide

In order to get the ODEs model of Biglide in operational space, the virtual active joint velocities are eliminated from the virtual power equation (11) using the equation (4),  $\dot{q}^{*T} = \dot{X}^{*T} J_x^T J_q^{-T}$ , the virtual power can be rewritten with the independent velocities  $\dot{X}^*$  as

$$P_{r}^{*} = \dot{X}^{*T} (J_{x}^{T} J_{q}^{-T} (H_{q} - \Gamma) + F_{p} + K_{x}^{T} H_{\theta}) = 0 \qquad \forall \dot{X}^{*} \in \mathbb{R}^{2}$$
(19)

Therefore, the ODEs model can be obtained from (19) as  $\Gamma = H_q + J_q^T J_x^{-T} (F_p + K_x^T H_\theta)$ . Then, to eliminate  $\ddot{\theta}$  and  $\ddot{q}$ , the first derivative of equation (19) and (8) are used. Finally the ODEs model of Biglide in operational space is given as

$$\Gamma = M(X)\ddot{X} + N(X,\dot{X})\dot{X} + G(X)X$$
<sup>(20)</sup>

with 
$$M(X) = \begin{bmatrix} m_1 + \frac{1}{2}(m - \eta_1 + \eta_2) f_1(X) \\ m_2 + \frac{1}{2}(m - \eta_2 + \eta_1) f_2(X) \end{bmatrix}$$
,  $N(X, \dot{X}) = \begin{bmatrix} n_{11} & n_{12} \\ n_{21} & n_{22} \end{bmatrix}$ ,  $G(X) = \begin{bmatrix} 0 & gC(y)(m + \eta_1 + \eta_2)/2y^2 \\ 0 & -gC(y)(m + \eta_1 + \eta_2)/2y^2 \end{bmatrix}$ ,

$$\begin{split} f_1(X) &= \left[ (2m_1 - 3\eta_1 - \eta_2)y^2 + mC(y)^2 + J_1 + J_2 \right] / 2yC(y), \\ f_2(X) &= - \left[ (2m_2 - 3\eta_2 - \eta_1)y^2 + mC(y)^2 + J_1 + J_2 \right] / 2yC(y), \\ \eta_{1,2} &= ms_{1,2}/a, \\ \eta_{11} &= b_1, \\ \eta_{21} &= b_2, \\ \eta_{12} &= b_1y/C(y) - \left[ (2m_1 - 3\eta_1 - \eta_2)y^2 + (2m_1 - 3\eta_1 - \eta_2)C(y)^2 + J_1 + J_2 \right] \dot{y} / (2C(y)^3, \\ \eta_{22} &= -b_2y/C(y) + \left[ (2m_2 - 3\eta_2 - \eta_1)y^2 + (2m_2 - 3\eta_2 - \eta_1)C(y)^2 + J_1 + J_2 \right] \dot{y} / (2C(y)^3. \end{split}$$

In a more general case, it is not obvious to get the ODEs model of parallel robot in operational space. To get the model in the active joint space, the same logic is followed by eliminating the virtual operational velocities. Note that, the ODEs model is given here just for a comparison purpose with the DAEs one. Unlike the DAEs model, where most of the nonlinear terms are hidden into the algebraic equation, the ODEs model presents a large number of nonlinear terms. For this reason, we thought that it will be better to use the DAEs model to design nonlinear controllers.

#### 3. PDC fuzzy control

### 3.1. Takagi-Sugeno modeling

The Takagi-Sugeno (TS) fuzzy model is a mathematical representation of systems, it belongs to the quasi LPV family [46]. Inside a compact set of state variables, TS fuzzy model can represent exactly a nonlinear system by a collection of linear models weighted together by a nonlinear function issued from nonlinearities of the system [47]. The conditions of stability and stabilization of these models are generally based on the Lyapunov theory [48]. The advantage of this representation is that it provides a systematic framework for designing control laws through the LMI constrain formulation [49].

Let's consider the following nonlinear plant

$$\int \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \tag{21a}$$

$$\int y(t) = Cx(t) \tag{21b}$$

where  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  is the state vector,  $u(t) \in \mathbb{R}^m$  is the control input vector, *A*, *B*, *C* and *D* are nonlinear matrices of proper dimension.

Let *r* be the number of nonlinear terms of the system (21), A TS model is viewed as a convex sum of linear models via membership functions (MFs), it is defined by *«If … Then»* rules representing the local linear input-output relations of the plant [46]. From this, the nonlinear system (21) can be written on continuous-time TS fuzzy model as follow [49]

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t)) \left[ A_i x(t) + B_i u(t) \right] \\ y(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t)) C_i x(t) \end{cases}$$
(22)

where z(t) is the premise vector. This vector may depend on the state, input, exogenous parameters, or time, on measurable and/or unmeasurable variables. Matrices  $(A_i, B_i), i \in \{1, 2, ..., r\}$  represent the i - th linear model of the TS form (22). The

MFs  $h_i(z(t)) \ge 0, i \in \{1, ..., r\}$  are nonlinear functions and satisfy the convex property as follow:  $\sum_{i=1}^{r} h_i(z(t)) = 1$ .

### 3.2. TS model of the legs

For the following, let's consider the dynamical model of the Biglide given by equation (17). In order to decompose the internal forces  $\lambda$  into a convex sum, the term  $J_q^T \lambda$  is written as

$$J_q^T \lambda = \psi(\lambda)q \quad with \quad \psi(\lambda) = \begin{bmatrix} -\lambda_1/2 & \lambda_1/2 \\ \lambda_2/2 & -\lambda_2/2 \end{bmatrix}$$
(23)

Then, the state space representation of the Biglide robot in term of joints variables  $(q, \dot{q})$  is given as

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ f_1 - f_1 - \sigma_1 b_1 - \sigma_2 b_2 \\ f_2 - f_2 - \sigma_3 b_1 - \sigma_4 b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \sigma_1 & \sigma_2 \\ \sigma_3 & \sigma_4 \end{bmatrix} \Gamma$$

$$(24)$$

where 
$$f_1 = (\sigma_1 \lambda_1 - \sigma_2 \lambda_2)/2$$
,  $f_2 = (\sigma_3 \lambda_1 - \sigma_4 \lambda_2)/2$ ,  $\sigma = M_q^{-1} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & \sigma_2 \\ \sigma_3 & \sigma_4 \end{bmatrix}$ .

From the state representation (24), the TS fuzzy model of the Biglide can be obtained by considering the following two nonlinearities  $\lambda_1(\cdot)$  and  $\lambda_2(\cdot)$ . From this it yields a 4-rules (2<sup>*r*</sup>) TS fuzzy model. Thanks to the DAE model, the number of local models have been reduced from 16-rules TS descriptor model [3], to a set of 4-rules classical TS models. Note that,  $\lambda_i(\cdot)$ ,  $i = \{1, 2\}$  are computed via the algebraic equation (17b). A small delay  $\varepsilon_t$  is introduced to break the algebraic-loop. This delay can be justified by supposing that the dynamics of the system are slow enough to not react between *t* and  $(t + \varepsilon_t)$ . It is also known that the control inputs are subject to saturation  $|\Gamma_{1,2}| \leq \Gamma_{max}$ , the working-space is restrained with the range of  $q_i \in [\underline{q}_i, \overline{q}_i]$ ,  $i = \{1, 2\}$ , and the velocities are clamped  $|\dot{q}_{1,2}| \leq \dot{q}_{max}$ . From this consideration, the premises  $\lambda_i(\cdot)$ ,  $i = \{1, 2\}$  can be bounded as  $\lambda_i(\cdot) \in [\underline{\lambda}_i, \overline{\lambda}_i]$ . The linear sub-models are obtained by using the sector nonlinearity transformation [49] by writing  $\lambda$  as:

$$\lambda(.) = w_0^i(.) \cdot \underline{\lambda_i} + w_1^i(.) \cdot \overline{\lambda_i}$$
<sup>(25)</sup>

with  $w_0^i(.) = (\overline{\lambda_i} - \lambda(.))/(\overline{\lambda_i} - \underline{\lambda_i}), w_1^i(.) = (\lambda(.) - \underline{\lambda_i})/(\overline{\lambda_i} - \underline{\lambda_i}).$  Note that the functions  $h_i(z(t)) \ge 0$  are expressed as products between the  $w_i^i, i \in \{1, ..., r\}, j \in \{1, 0\}.$ 

#### 3.3. Controller design

For the stabilisation of system (22), a parallel distributed compensation (PDC) control law is proposed [50]:

$$u(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t)) F_i x(t)$$
(26)

where the matrices  $F_i \in \mathbb{R}^{m \times n}$  need to be fixed to ensure the stabilization of the system [51].

**Theorem 1.** The fuzzy TS model (22) with the PDC control law (26) is asymptotically stable if there exist a matrix  $P = P^T > 0$  such as [52]

$$\begin{cases} Y_{ii} < 0 & \forall i \in \{1, ..., r\} \\ \frac{1}{r-1} Y_{ii} + \frac{1}{2} (Y_{ij} + Y_{ji}) < 0 & \forall i, j \in \{1, ..., r\} \ i < j \end{cases}$$
(27)

with  $Y_{ij} = A_i P + PA_i^T - B_i M_j - M_j^T B_i^T$ . If the LMI problem is feasible, the PDC controller gain matrices are given by  $F_i = M_i P^{-1}$ .

An integral part is added (Fig.1) in order to compensate the stationary error. Consider the extended state vector  $\overline{x}^T = [x^T x_l^T]$ , note that [3]:

$$\dot{x}_{l} = y_{d} - \sum_{i=1}^{r} h_{i}(z(t))C_{i}x(t) = y_{d} - C_{h}x(t)$$
(28)

The extended system is expressed as

$$\begin{cases} \overline{x}(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t)) \left[ \overline{A}_i \overline{x}(t) + \overline{B}_i u(t) \right] + B_0 y_d(t) \\ y(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t)) \overline{C}_i \overline{x}(t) \end{cases}$$
(29)

with  $\overline{A}_i = \begin{bmatrix} A_i & 0 \\ -C_i & 0 \end{bmatrix}$ ,  $\overline{B}_i = \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $\overline{C}_i = \begin{bmatrix} C_i & 0 \end{bmatrix}$ ,  $B_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$ ; where 0 and *I* are matrices of proper dimension. Therefore, the extended PDC control law can be written as

$$u(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t))\overline{F}_i\overline{x}(t)$$
(30)

with the extended gain vector  $\overline{F}_i = [F_i \ L_i]$ .

### 4. Simulation Results

The model of the parallel robot used for numerical simulations includes structured and unstructured uncertainties. The structured uncertainties represent the variation of the end-effector mass, this variation is given by  $\Delta m \in [0 \ 0.816] \ kg$ . To simulate a realistic behaviour, The numerical model includes unmodeled dynamics such as elasticity between joints [53] and the Stribeck friction [54] (appendix.A.2). Furthermore, two resonant modes are added to simulate the elastic joints, the lower value of the resonant frequency is  $\omega \simeq 29 rad/s$ . For the aim of comparison, a computed torque control (CTC) controller is designed. It is a well-known approach for serial robotics [8, 29, 30]. It has been also implemented on several



Figure 2. Extended PDC control scheme



Figure 3. Simulation results for  $\Delta m = 0kg$ : (a) velocity profile of  $\dot{x}$ , (b) velocity profile of  $\dot{y}$ , (c) torque profile of joint 1, (d) torque profile of joint 2, (e) internal force profile of leg 1, (f) internal force profile of leg 2.



Figure 4. Simulation results for  $\Delta m=0kg:$  (a) trajectory profile, (b) radial error.

platforms of parallel kinematics machines [23, 31, 55]. Usually, the tuning of the CTC controller with a PID control action uses a pole placement technique for robot manipulators [23]. The gains are adjusted in order to get a negative real triple pole with a frequency less than the half of the lower resonant frequency [8]. The suitable value is used for simulation. For the TS approach, the PDC controller was tuned in the same manner as the CTC with a convex optimisation algorithm via the LMI solver of Matlab LMI Toolbox [56].

In order to get the TS numerical model, the joints positions were bounded in a manner to avoid singularities and to cover a large area of the working space  $q_1 \in [54.5, 89.5] mm$  and  $q_2 \in [129.5, 164.5] mm$ . The velocity of each joint was bounded as  $|\dot{q}_{1,2}| \leq 428mm/s$ . The control inputs was saturated as  $|\Gamma_{1,2}| \leq 50N$ . The internal forces  $\lambda$  were bounded using the



Figure 5. Simulation results for  $\Delta m = 0.816kg$ : (a) velocity profile of  $\dot{x}$ , (b) velocity profile of  $\dot{y}$ , (c) torque profile of joint 1, (d) torque profile of joint 2, (e) internal force profile of leg 1, (f) internal force profile of leg 2.



Figure 6. Simulation results for  $\Delta m = 0.816 kg$ : (a) trajectory profile, (b) radial error.

algebraic equation (17b). To guarantee the robustness against the structured uncertainty, the internal forces were bounded in the worst case (where the payload is equal to the global mass of the robot).

For the simulation, we chose a circular trajectory in the operational space. The response of both controllers, CTC and TS are depicted in figure (3-4) for the model without payload ( $\Delta m = 0kg$ ), figure (5-6) for a payload representing 50% of the global mass ( $\Delta m = 0.816kg$ ) and figure (7-8) for a payload representing 100% of the global mass ( $\Delta m = 1.632kg$ ).

In the case where the robot does not carry any payload, both control laws ensure a good tracking with a slight advantage to the TS control law, so we can say that the TS and CTC are robust against the unmodeled dynamics (stick/slip friction). Moreover, from picture (3 c, d) we can note that the control inputs are almost similar, this indicates that the two controllers were tuned in a manner to get similar performances in the nominal case. In the second case, ( $\Delta m = 0.816kg$ ), The TS control law ensure good tracking performances while the CTC controller loses the desired path but the robot remains stable. In the latter case, ( $\Delta m = 1.632kg$ ), the TS based control law presents the best results exhibiting its robustness according to structured uncertainties. The CTC, as expected, presents an unstable trajectory.

Finally, Two well-known criterion are computed over the simulation time (T = 0.5s) in order to quantify the behaviour of both controllers, the first criterion is the integral of absolute error (IAE):  $J_{IAE} = \int_0^T |\varepsilon| dt$ . where  $\varepsilon(t)$  is the radial error. The second criterion is the integral of square value of the control (ISV):  $J_{ISV} = \int_0^T \sum_{i=1}^2 \Gamma_i(t)^2 dt$ .



Figure 7. Simulation results for  $\Delta m = 1.632kg$ : (a) velocity profile of  $\dot{x}$ , (b) velocity profile of  $\dot{y}$ , (c) torque profile of joint 1, (d) torque profile of joint 2, (e) internal force profile of leg 1, (f) internal force profile of leg 2.



Figure 8. Simulation results for  $\Delta m = 1.632 kg$ : (a) trajectory profile, (b) radial error.

	Jisv		Jiae	
	TS	CTC	TS	CTC
$\Delta m = 0 kg$	50.05	55.2	0.4287	28.06
$\Delta m = 0.816 kg$	58.84	58.23	0.6281	253.7
$\Delta m = 1.632 kg$	277.33	446.6	1.458	943.6

Table 1. ISV & IAE criteria

### 5. Conclusion

This paper proposes a novel approach for the control of parallel robots. Those systems are particularly difficult to control due to the presence of multiple closed kinematic chains. These mechanical loops lead to a model naturally described by a set of differential-algebraic equations of *index-3*. Designing a controller based on the DAEs model is not an easy task, it requires a particular knowledge on the control theory of singular systems. For this reason, most of the time we transform the DAEs model into an ODEs one by differentiating twice the constraint. This manipulation is appropriate for mechanical systems because if the system is well designed, the initial conditions should respect the algebraic constraint. Unfortunately, the obtained ODEs model is most of the time complex and highly nonlinear. This makes the design of nonlinear controllers that requires the use of convex optimisation techniques such as TS modeling and LMIs quite difficult. Because, in this case, the complexity of the controller is an exponential function of the number of nonlinear terms. For this reason, this paper proposes to keep the DAEs form of the system in order to decouple it into two independent subsystems. The idea here

is to collect most of the nonlinear terms inside the Lagrange multipliers  $\lambda_i(\cdot)$ . According to our way of decomposing, the Lagrange multipliers represent the internal forces of the system. Knowing that all the physical parameters are bounded, the internal forces were bounded according to the range of the state variables and the saturation of the control inputs. From those bounds, the internal forces were decomposed into a convex sum and used as premises to establish the TS model. A PDC control law was designed. An extended integral part was added in order to compensate the stationary errors. Finally a comparison with the well-known CTC control law has been presented. The robustness of the PDC controller has been well checked against the structural uncertainties.

### A. Appendix

### A.1. Parameters of the nominal model

Table 2. Parameters of the nominal model

Nominal parameters	Values	Additional simulation parameters	Values
Leg length $(m)$		Mass $(kg)$	
a	0.07	$\Delta m$	0.816
Mass $(kg)$		$m_a$	0.7
m	0.034	$m_{L1}$	0.104
<i>m</i> 1	0.8040	$m_{L2}$	0.094
<i>m</i> 2	0.7940	Stiffness constant $(N/m)$	
First moment of links ( <i>kgm</i> )		$k_t$	$3.88  imes 10^3$
$ms_1$	0.0045	Damping constant $(Ns/m)$	
$ms_2$	0.0043	$b_t$	17.48
Second moment of links $(kgm^2)$		Dry friction force N	
J1	$222.643\times10^{-4}$	$\Gamma_{fs}$	1.5
$J_2$	$2.539 imes10^{-4}$	$\Gamma_{fc}$	1
Gravity acceleration $(ms^2)$		Sliding speed coefficient $(m/s)$	
8	9.81	$v_s$	0.1

### A.2. Dynamic model with mass uncertainty, elastic joints and Stribeck friction

Numerical simulations include a model with structured and unstructured uncertainties based on the nominal model used to design the controller. Un-modeled dynamics such as elastic joints [44,8] between actuators and linkages and Stribeck friction[45,8] applied on prismatic joints appear in this augmented model to provide more realistic simulations. The dynamics of the actuator writes:

$$\Gamma = M_a \ddot{q}_a + b \dot{q}_a + \Gamma_t + \Gamma_f \tag{31}$$

with  $q_a = [q_{a1} \ q_{a2}]^T$ ,  $M_a = diag(m_{a1}, m_{a2})Z$ ,  $\Gamma_f = [\Gamma_{f1} \ \Gamma_{f2}]Z$ , the elastic joint model:

$$\Gamma_t = k_t (q_a - q) + b_t (\dot{q}_a - \dot{q}) \tag{32}$$

and the Stribeck friction model of the dry friction:

$$\Gamma_{fi} = \begin{cases} \left[ \Gamma_{fc} + (\Gamma_{fs} - \Gamma_{fc})e^{-(\dot{q}_{ai}/v_s)^2} \right] sign(\dot{q}_{ai}) & if |\dot{q}_{ai}| > 0 \ (slip) \\ min\left( |\Gamma_i - \Gamma_{ti}|, \Gamma_{fs} \right) sign(\Gamma_i - \Gamma_{ti}) & if \dot{q}_{ai} = 0 \ (stick) \end{cases}$$
(33)

where  $m_a$  is the actuator mass,  $k_t$  the stiffness of the joint,  $b_t$  the damping of the joint,  $\Gamma_{fs}$  the static friction force,  $\Gamma_{fc}$  the Coulomb friction force and  $v_s$  the sliding speed coefficient. The linkage and effector dynamics are:

$$\Gamma_t = \hat{M}(X)\ddot{X} + \hat{N}(X,\dot{X}) + \hat{G}(X)X \tag{34}$$

$$\begin{split} \hat{M}(X) &= \begin{bmatrix} m_{L1} + \frac{1}{2}(m - \eta_1 + \eta_2) \left[ (2m_{L1} - 3\eta_1 - \eta_2)y^2 + mC(y)^2 + J_1 + J_2 \right] / 2yC(y) \\ m_{L2} + \frac{1}{2}(m - \eta_2 + \eta_1) \left[ (2m_{L2} - 3\eta_2 - \eta_1)y^2 + mC(y)^2 + J_1 + J_2 \right] / 2yC(y) \end{bmatrix} \\ \hat{N}(X, \dot{X}) &= \begin{bmatrix} 0 - \left[ (2m_{L1} - 3\eta_1 - \eta_2)y^2 + (2m_{L1} - 3\eta_1 - \eta_2)C(y)^2 + J_1 + J_2 \right] \dot{y} / (2C(y)^3) \\ 0 & \left[ (2m_{L2} - 3\eta_2 - \eta_1)y^2 + (2m_{L2} - 3\eta_2 - \eta_1)C(y)^2 + J_1 + J_2 \right] \dot{y} / (2C(y)^3) \end{bmatrix} \\ \hat{G}(X) &= \begin{bmatrix} 0 & gC(y)(m + \Delta m + \eta_1 + \eta_2) / 2y^2 \\ 0 - gC(y)(m + \Delta m + \eta_1 + \eta_2) / 2y^2 \end{bmatrix} \end{split}$$

where the linkage mass  $m_{Li}$  satisfies:  $m_i = m_{ai} + m_{Li}$ , i = 1, 2.

### **B.** References

- [1] JF He, HZ Jiang, DC Cong, Zheng Mao Ye, and Jun Wei Han. A survey on control of parallel manipulator. In *Key engineering materials*, volume 339, pages 307–313. Trans Tech Publ, 2007.
- [2] Nabil Simaan. Analysis and synthesis of parallel robots for medical applications. PhD thesis, Technion-Israel Institute of Technology, Faculty of Mechanical Engineering, 1999.
- [3] Laurent Vermeiren, Antoine Dequidt, Mohamed Afroun, and Thierry-Marie Guerra. Motion control of planar parallel robot using the fuzzy descriptor system approach. *ISA transactions*, 51(5):596–608, 2012.
- [4] Houssem Abdellatif, Martin Grotjahn, and Bodo Heimann. High efficient dynamics calculation approach for computed-force control of robots with parallel structures. In *Decision and Control*, 2005 and 2005 European Control Conference. CDC-ECC'05. 44th IEEE Conference on, pages 2024–2029. IEEE, 2005.
- [5] Manfred Weck and Dirk Staimer. Parallel kinematic machine tools–current state and future potentials. *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, 51(2):671–683, 2002.
- [6] PK Jamwal, SQ Xie, YH Tsoi, and KC Aw. Forward kinematics modelling of a parallel ankle rehabilitation robot using modified fuzzy inference. *Mechanism and Machine Theory*, 45(11):1537–1554, 2010.
- [7] Houssem Abdellatif, Bodo Heimann, Jens Kotlarski, and Tobias Ortmaier. *Practical model-based and robust control of parallel manipulators using passivity and sliding mode theory*. INTECH Open Access Publisher, 2010.
- [8] Etienne Dombre and Wisama Khalil. Modeling, performance analysis and control of robot manipulators, 2010.
- [9] Jean-Pierre Merlet. Parallel robots, volume 74. Springer Science & Business Media, 2012.
- [10] G. Sartori Natal, A. Chemori, and F. Pierrot. Dual-space control of extremely fast parallel manipulators: Payload changes and the 100g experiment. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 23(4):1520–1535, 2015.
- [11] Wisama Khalil and Ouarda Ibrahim. General solution for the dynamic modeling of parallel robots. *Journal of intelligent and robotic systems*, 49(1):19–37, 2007.
- [12] Lung-Wen Tsai. Robot analysis: the mechanics of serial and parallel manipulators. John Wiley & Sons, 1999.
- [13] Zhiyong Wang and Fathi H Ghorbel. Control of closed kinematic chains: a comparative study. In *American Control Conference*, 2006, pages 6–pp. IEEE, 2006.
- [14] Charles William Gear, Ben Leimkuhler, and GK Gupta. Automatic integration of euler-lagrange equations with constraints. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 12:77–90, 1985.
- [15] Aditya Kumar and Prodromos Daoutidis. Control of nonlinear differential algebraic equation systems: an overview. In *Nonlinear Model Based Process Control*, pages 311–344. Springer, 1998.
- [16] Brandon W Gordon. Dynamic sliding manifolds for realization of high index differential-algebraic systems. Asian Journal of Control, 5(4):454–466, 2003.
- [17] Aditya Kumar and Prodromos Daoutidis. Feedback regularization and control of nonlinear differential-algebraic-equation systems. *AIChE journal*, 42(8):2175–2198, 1996.
- [18] C Brecher, T Ostermann, and DA Friedrich. Control concept for pkm considering the mechanical coupling between actors. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 48(3):427–436, 2008.
- [19] B Denkena and C Holz. Advanced position and force control concepts for the linear direct driven hexapod palida. In *Chemnitz Parallel Kinematics Seminar*, pages 359–378, 2006.
- [20] Yang Zhiyong and Huang Tian. A new method for tuning pid parameters of a 3 dof reconfigurable parallel kinematic machine. In *Robotics and Automation*, 2004. Proceedings. ICRA'04. 2004 IEEE International Conference on, volume 3, pages 2249–2254. IEEE, 2004.
- [21] Y Amirat, C Francois, G Fried, J Pontnau, and M Dafaoui. Design and control of a new six dof parallel robot: application to equestrian gait simulation. *Mechatronics*, 6(2):227–239, 1996.
- [22] Satoshi Tadokoro. Control of parallel mechanisms. Advanced Robotics, 8(6):559–571, 1994.
- [23] Flavien Paccot, Nicolas Andreff, and Philippe Martinet. A review on the dynamic control of parallel kinematic machines: Theory and experiments. *The International Journal of Robotics Research*, 28(3):395–416, 2009.
- [24] Massimo Callegari, Matteo-Claudio Palpacelli, and Marco Principi. Dynamics modelling and control of the 3-rcc translational platform. *Mechatronics*, 16(10):589–605, 2006.
- [25] Lotfi Beji, Azgal Abichou, and M Pascal. Tracking control of a parallel robot in the task space. In *Robotics and Automation, 1998. Proceedings. 1998 IEEE International Conference on*, volume 3, pages 2309–2314. IEEE, 1998.
- [26] S. Kock and W. Schumacher. Control of a fast parallel robot with a redundant chain and gearboxes: experimental results. In *Robotics and Automation*, 2000. Proceedings. ICRA '00. IEEE International Conference on, volume 2, pages 1924–1929 vol.2, 2000.
- [27] Se-Han Lee, Jae-Bok Song, Woo-Chun Choi, and Daehie Hong. Position control of a stewart platform using inverse dynamics control with approximate dynamics. *Mechatronics*, 13(6):605–619, 2003.
- [28] Bruno Siciliano and Oussama Khatib. Springer handbook of robotics. Springer Science & Business Media, 2008.
- [29] Mark W Spong and Mathukumalli Vidyasagar. *Robot dynamics and control*. John Wiley & Sons, 2008.
- [30] John J Craig. Introduction to robotics: mechanics and control, volume 3. Pearson Prentice Hall Upper Saddle River, 2005.
- [31] Jacob WF Cheung and YS Hung. Modelling and control of a 2-dof planar parallel manipulator for semiconductor packaging systems. In Advanced Intelligent Mechatronics. Proceedings, 2005 IEEE/ASME International Conference on, pages 717–722. IEEE, 2005.

- [32] Fathi H Ghorbel, Olivier Chételat, Ruvinda Gunawardana, and Roland Longchamp. Modeling and set point control of closed-chain mechanisms: theory and experiment. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 8(5):801–815, 2000.
- [33] Fathi H Ghorbel, Ruvinda Gunawardana, and James B Dabney. Experimental validation of a reduced model based tracking control of parallel robots. In *Control Applications*, 2001.(CCA'01). Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on, pages 375–382. IEEE, 2001.
- [34] Mustapha Litim, Benyamine Allouche, Abdelhafid Omari, Antoine Dequidt, and Laurent Vermeiren. Sliding mode control of biglide planar parallel manipulator. In *Informatics in Control, Automation and Robotics (ICINCO)*, 2014 11th International Conference on, volume 2, pages 303–310. IEEE, 2014.
- [35] Chen Zhengsheng, Kong Minxiu, Liu Ming, and You Wei. Dynamic modelling and trajectory tracking of parallel manipulator with flexible link. 2013.
- [36] Houssem Abdellatif, Bodo Heimann, and Jens Kotlarski. Passivity-based observer/controller design with desired dynamics compensation for 6 dofs parallel manipulators. In *Intelligent Robots and Systems*, 2008. IROS 2008. IEEE/RSJ International Conference on, pages 2392–2397. IEEE, 2008.
- [37] Brandon W Gordon, Sheng Liu, and Haruhiko H Asada. Realization of high index differential-algebraic systems using singularly perturbed sliding manifolds. In *American Control Conference*, 2000. Proceedings of the 2000, volume 2, pages 752–756. IEEE, 2000.
- [38] Félix Majou, Philippe Wenger, and Damien Chablat. A novel method for the design of 2-dof parallel mechanisms for machining applications. arXiv preprint arXiv:0705.1280, 2007.
- [39] Mohamed Afroun, Laurent Vermeiren, and Antoine Dequidt. Revisiting the inverse dynamics of the gough-stewart platform manipulator with special emphasis on universal-prismatic-spherical leg and internal singularity. *Proceedings* of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, page 0954406211434485, 2012.
- [40] D Naidu. Singular perturbations and time scales in control theory and applications: an overview. Dynamics of Continuous Discrete and Impulsive Systems Series B, 9:233–278, 2002.
- [41] Brandon W Gordon and Sheng Liu. A singular perturbation approach for modeling differential-algebraic systems. *Journal of dynamic systems, measurement, and control,* 120(4):541–545, 1998.
- [42] James B Dabney, Fathi H Ghorbel, and Zhiyong Wang. Modeling closed kinematic chains via singular perturbations. In *American Control Conference*, 2002. *Proceedings of the* 2002, volume 5, pages 4104–4110. IEEE, 2002.
- [43] Zhiyong Wang and Fathi H Ghorbel. Control of closed kinematic chains using a singularly perturbed dynamics model. *Journal of dynamic systems, measurement, and control,* 128(1):142–151, 2006.
- [44] Waseem Ahmad Khan, Venkat N Krovi, Subir Kumar Saha, and Jorge Angeles. Modular and recursive kinematics and dynamics for parallel manipulators. *Multibody System Dynamics*, 14(3-4):419–455, 2005.
- [45] Hariharan Krishnan and N Harris McClamroch. Tracking in nonlinear differential-algebraic control systems with applications to constrained robot systems. *Automatica*, 30(12):1885–1897, 1994.
- [46] Tomohiro Takagi and Michio Sugeno. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on,* (1):116–132, 1985.
- [47] Laurent Vermeiren, Antoine Dequidt, Thierry Marie Guerra, Helene Rago-Tirmant, and Michel Parent. Modeling, control and experimental verification on a two-wheeled vehicle with free inclination: an urban transportation system. *Control Engineering Practice*, 19(7):744–756, 2011.
- [48] Antonio Sala, Thierry Marie Guerra, and Robert Babuška. Perspectives of fuzzy systems and control. *Fuzzy Sets and Systems*, 156(3):432–444, 2005.
- [49] Kazuo Tanaka and Hua O Wang. *Fuzzy control systems design and analysis: a linear matrix inequality approach*. John Wiley & Sons, 2004.
- [50] Hua O Wang, Kazuo Tanaka, and Michael F Griffin. An approach to fuzzy control of nonlinear systems: stability and design issues. *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, 4(1):14–23, 1996.
- [51] Kazuo Tanaka, Takayuki Ikeda, and Hua O Wang. Fuzzy regulators and fuzzy observers: relaxed stability conditions and lmi-based designs. *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, 6(2):250–265, 1998.
- [52] Hoang Duong Tuan, Pierre Apkarian, Tatsuo Narikiyo, and Yasuhiro Yamamoto. Parameterized linear matrix inequality techniques in fuzzy control system design. *IEEE Transactions on fuzzy systems*, 9(2):324–332, 2001.
- [53] Mark W Spong. Modeling and control of elastic joint robots. *Journal of dynamic systems, measurement, and control,* 109(4):310–318, 1987.
- [54] Sören Andersson, Anders Söderberg, and Stefan Björklund. Friction models for sliding dry, boundary and mixed lubricated contacts. *Tribology international*, 40(4):580–587, 2007.
- [55] Zhiyong Yang, Jiang Wu, Jiangping Mei, Jian Gao, and Tian Huang. Mechatronic model based computed torque control of a parallel manipulator. *International journal of advanced robotic systems*, 5(1):123–128, 2008.
- [56] PM Gahinet, Arkadii Nemirovskii, Alan J Laub, and Mahmoud Chilali. The lmi control toolbox. In *IEEE conference on decision and control*, volume 2, pages 2038–2038. INSTITUTE OF ELECTRICAL ENGINEERS INC (IEE), 1994.