

# Nécessités d'Interaction des Utilisateurs Voyants et Non-Voyants dans une Interface pour Faire Mathématiques

Silvia Fajardo-Flores and Dominique Archambault

Université Pierre et Marie Curie, Paris, FRANCE,  
`silvia.fajardo-flores@etu.upmc.fr`, `dominique.archambault@upmc.fr`

**Résumé** L'accès aux mathématiques est particulièrement difficile pour les élèves et étudiants handicapés visuels. Il existe des prototypes et logiciels de support pour améliorer leurs conditions d'accès à l'éducation, mais au courant il y a encore des difficultés pour faire des calculs essentiels. Les caractéristiques d'interaction de l'interface affectent la manière dont les étudiants comprennent le sujet; par conséquent, il est nécessaire d'étudier en profondeur les méthodes de résolution d'expressions, ainsi que les caractéristiques particulières des utilisateurs voyants et non-voyants, pour arriver à trouver les fonctions de support qui leur faciliteront le travail. Nous avons mené une série d'expériences dans le but de découvrir et analyser 1) les méthodes que les professeurs utilisent pour expliquer comment appliquer les transformations aux expressions, et 2) les stratégies et actions que les étudiants essaient de suivre pendant qu'ils résolvent ces expressions. Nous proposons des premiers éléments d'analyse de ces observations.

**Keywords:** interaction, interface, mathématiques, handicap

## 1 Introduction

L'accès aux mathématiques est particulièrement difficile pour les élèves et étudiants handicapés visuels, en raison de l'insuffisance des documents aussi bien en braille que numériques; de plus, l'interaction avec des enseignants voyants est problématique à cause des différences d'accès aux contenus. L'utilisation de l'ordinateur présente une formidable opportunité pour accéder aux mathématiques, soit accompagné d'un lecteur d'écran ou d'un afficheur braille.

Plusieurs projets de logiciels de support pour la lecture et la compréhension des mathématiques ont été conçus, parmi lesquels : le Math Genie [7] [8], qui utilise de la synthèse vocale pour communiquer la structure d'une équation et permet aux utilisateurs de parcourir ses termes; Lambda, qui inclut de la sortie braille en code propriétaire à 8 points, et audio; les prototypes MaWEn [1], qui permettent aux utilisateurs de parcourir les expressions, d'étendre et de replier ses nœuds et de les afficher d'une façon synchronisée pour les voyants et non-voyants. MaWEn supporte aussi différents codes mathématiques braille.

Bien que ces outils ont amélioré les conditions d'accès à l'éducation des étudiants aveugles, la collaboration entre personnes voyants et non-voyants pose encore des problèmes, même pour faire des calculs de l'algèbre essentiel [9].

## 2 Au-delà de la Lecture

En se basant sur l'analyse de livres scolaires, [15] suggèrent que les tâches les plus indispensables pour faire des mathématiques concernant l'algèbre essentielle sont :

- Multiplication de sommes dans des parenthèses, e.g.  $(x - 5)(2x + 4)$
- Simplification d'une somme, e.g.  $3x + 7 + x + 2x - 10$
- Résolution d'une équation linéaire, e.g.  $x + 3 = 2(x + 4)$
- Multiplication et division de polynômes, e.g.  $(3x - 2)(x^2 - 5x + 2)$
- Manipulation de fractions
- Opérations avec vecteurs et matrices
- Résolution des systèmes d'équations linéaires

Parmi les logiciels de support mentionnés, Lambda et les prototypes MaWEn offrent certaines caractéristiques pour la résolution d'expressions. La méthode offerte par Lambda consiste à copier et coller les expressions dans les lignes suivantes pour leur modification ; Lambda offre aussi une méthode pour faire la division de polynômes [4]. MaWEn offre des assistants pour faciliter la manipulation et simplification d'expressions [14][9].

D'un autre côté, il existe des outils pour la résolution d'expressions algébriques qui ont été utilisés au sein de la salle de classe conventionnelle. Ces logiciels, connus comme *Computer Algebra Systems (CAS)*, ont pour objectif de résoudre automatiquement des expressions à la façon des calculatrices, donc ils ne sont pas destinés aux utilisateurs qui commencent à apprendre l'algèbre. En fait, il est déjà reconnu que ce genre de systèmes automatisés pourrait faire obstacle au développement du symbolisme des élèves [2][10]. Ayant analysé les désavantages des *CAS* courants, la compagnie Texas Instruments a conçu le logiciel *Symbolic Math Guide (SMG)* pour la calculatrice TI-92. Contrairement aux autres *CAS*, le *SMG* peut s'utiliser comme un support pédagogique en permettant à l'utilisateur de choisir les transformations à appliquer, au lieu de trouver automatiquement des solutions [12]. En plus de *CAS* pour calculatrices ou ordinateurs, il existe d'autres logiciels de support pour l'apprentissage de l'algèbre, comme APLUSIX [11], PIXIE [13] et VP Algebra. Malgré leur caractéristiques didactiques, tous ces logiciels restent inaccessibles aux élèves et étudiants handicapés visuels.

## 3 Nécessités d'Interaction

Concevoir une interface efficace pour faire des mathématiques n'est pas une tâche facile. Si on veut que l'interface soit de plus appropriée pour des utilisateurs voyants et non-voyants, la tâche devient encore plus compliquée. Les élèves et étudiants voyants et non-voyants utilisent différentes modalités pour accéder

à la lecture et à la compréhension des expressions. Les difficultés augmentent lorsqu'ils ont besoin de faire des calculs. En effet, alors que les étudiants voyants peuvent utiliser des ressources externes, comme l'écriture sur papier, pour soulager leur charge mentale, les étudiants non-voyants doivent s'appuyer uniquement sur leur mémoire.

Dans une étude de cas, [14] ont esquissé le processus pour résoudre une équation. Les conclusions indiquèrent que les utilisateurs non-voyants auraient les nécessités suivantes :

1. Aller et venir continuellement entre la ligne en cours et la précédente
2. Retenir la position du curseur sur les lignes précédentes
3. Mémoriser les termes de référence
4. Mémoriser des résultats partiels qui seront ajoutés au résultat
5. Parcourir l'exercice à gauche et à droite du terme de référence

Bien sûr, les difficultés augmentent selon la taille et complexité des expressions.

Au sein d'un logiciel de support pour apprendre l'algèbre, les caractéristiques d'interaction de l'interface affectent la manière dont les étudiants comprennent le sujet, puisqu'il n'est pas possible de séparer les techniques de la compréhension conceptuelle [3] [6]. Par conséquent, il est nécessaire d'étudier en profondeur les méthodes de résolution d'expressions, ainsi que les caractéristiques particulières des utilisateurs voyants et non-voyants, pour arriver à trouver les fonctions de support qui leur faciliteront le travail, tout en prenant en compte les objectifs pédagogiques.

## 4 Expériences

Nous avons mené une série d'expériences dans le but de découvrir et analyser 1) les méthodes que les professeurs utilisent pour expliquer comment appliquer les transformations aux expressions, et 2) les stratégies et actions que les étudiants essaient de suivre pendant qu'ils résolvent ces expressions.

Les résultats nous aideront à mieux comprendre les nécessités des utilisateurs voyants et non-voyants, pour arriver à concevoir un prototype accessible d'interface pour faire mathématiques.

### 4.1 Participants

4 Professeurs de Mathématiques et 10 étudiants voyants, 1 spécialiste en Ergonomie (non-voyant).

Les professeurs participants ont de l'expérience à travailler avec des élèves et d'étudiants de plusieurs niveaux. Les étudiants sont tous du même niveau, et ils possèdent la notion de l'algèbre élémentaire. Nous ont considéré qu'il était très important de choisir des participants ayant les notions primordiales pour qu'ils pouvaient dérouler une stratégie qui nous permette d'analyser ses nécessités d'interaction. Le participant non-voyant a perdu la vue il y a une quinzaine d'années; il avait appris l'algèbre auparavant.

## 4.2 Expressions Présentées

Les expressions qui ont été présentées aux participants sont les suivantes :

$$2x + 3x + 4 + 5x^2 + 6 + x \quad (1)$$

$$(x + 5)(2x - 2) \quad (2)$$

$$(3a^2 + 2a + 7)(a + 5a - 4) \quad (3)$$

$$x + 2(x + 2(x + 2)) = x + 2 \quad (4)$$

## 4.3 Tâches à Réaliser

1. Simplifier une addition de plusieurs termes
2. Multiplier monômes, binômes et polynômes
3. Résoudre une équation linéaire

Les opérations concernant ces expressions incluent certaines des tâches essentielles mentionnées par [15]. Elles impliquent additions, multiplications, divisions, annulation de termes et simplifications, tout en utilisant une seule inconnue aux différents exposants. L'expression d) provient des exercices proposés par [5], qui ont analysé la psychologie de résolution d'équations avec d'étudiants voyants. Cette expression en particulier a été choisie parce qu'elle permet plusieurs stratégies de résolution; de plus, ils ont montré qu'elle était complexe même pour les voyants pour la similarité de ses termes et l'emboîtement de ses facteurs.

## 4.4 Modalités

- À l'oral : Les participants non-voyants et voyants sans utiliser la vue, résolvent ces expressions avec l'aide de l'observateur
- À l'écrit : Les participants voyants résolvent ces expressions sur papier.

Dans le premier cas, l'observateur lit l'expression au participant de façon similaire au synthétiseur vocal. À son tour, le participant peut lui poser des questions sur l'expression, et lui indiquer des opérations à effectuer, jusqu'à la fin de la tâche. Les participants ont la possibilité de poser des questions, faire commentaires ou des observations.

Dans les deux cas, les exercices ont été réalisés individuellement, et les dialogues furent enregistrés sur fichiers audio, puis transcrits en texte pour leur analyse.

Nous proposons des premiers éléments d'analyse de ces observations.

## 5 Analyse des Résultats

Dans la première modalité, on a parcouru tous les dialogues écrits en cherchant les actions que les participants ont demandé de réaliser, soit actions de navigation, opération ou édition. On a cherché en particulier les possibles différences dans la stratégie non-visuel des participants voyants, comparée avec celle à l'écrit. Aussi, on a pris en compte les limitations de mémoire et les erreurs qu'ils pourrait provoquer. Enfin, on a observé si les participants ont réussi l'exercice, et dans le cas contraire, on analyse les types d'erreur trouvés.

Par raisons de manque de temps, le participant non-voyant n'a fait que l'exercice avec les expressions (1) et (3).

Les résultats sont commentés par expression.

### 5.1 Expression (1) $2x + 3x + 4 + 5x^2 + 6 + x$

Cette expression implique la simplification d'une addition de plusieurs termes de différents exposants. Les actions que les participants ont demandé à faire sont présentées dans le Tableau 1.

**Tableau 1.** Résultats pour l'expression (1)

$2x + 3x + 4 + 5x^2 + 6 + x$	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	P1	P2	P3	P4	NV
Trouver les termes semblables d'un certain exposant	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
Organiser les termes semblables dans l'expression	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
Trouver les coefficients en indiquant un exposant	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
Additionner automatiquement	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
Organiser termes selon l'exposant	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
Obtenir les termes qui n'ont été déjà utilisés	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
Marquer les termes qui ont été utilisés	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
Copier termes inchangés à la ligne suivante	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
Obtenir le nombre de termes dans l'expression	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
Passer un terme d'autre membre, en changeant le signe	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
<b>Réussite d'expression à l'oral</b>	*	*	e	*	*	*	*	*	*	e	*	*	*	*	*
<b>Réussite d'expression à l'écrit</b>	*	*	e	*	e	*	*	*	*	*	-	-	-	-	-

E1...E9 : Étudiants ; P1...P4 : Professeurs ; NV : Non-Voyant ; e : Erreur

Suite à la lecture de l'expression, 7 sur 10 étudiants, 3 sur 4 professeurs, et le participant non-voyant, ont identifié qu'il y avait des termes semblables. La plupart d'entre eux a eu besoin d'écouter l'expression originale une deuxième fois. Le participant non-voyant a manifesté que l'écouter une seule fois n'était pas suffisant ; en plus, il a commenté qu'il faudrait soulever les ambiguïtés de la lecture orale, par exemple dans le cas du  $5x^2$ , puisque une personne aveugle pourrait le confondre avec  $(5x)^2$ .

Tous les participants sauf le participant non-voyant ont demandé de trouver les termes semblables d'un certain exposant. Le participant non-voyant a identifié les deux premiers termes en  $x$  pendant qu'il écoutait l'expression, mais il a laissé le dernier terme en  $x$  inchangé.

On peut observer dans le Tableau 1 que 2 de la totalité de participants ont fait des erreurs à l'oral, et 2 à l'écrit. Les erreurs à l'oral sont : l'un de signe, et l'autre l'omission d'un terme dans le résultat. Tous les deux erreurs à l'écrit sont l'omission d'un terme dans le résultat.

## 5.2 Expression (2) $(x + 5)(2x - 2)$

Cette expression implique la multiplication de deux binômes dont un terme est négatif, puis la simplification de termes semblables en différents exposants. Les actions que les participants ont demandé de faire sont présentés dans le Tableau 2.

**Tableau 2.** Résultats pour l'expression (2)

$(x + 5)(2x - 2)$	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	P1	P2	P3	P4
Multiplier directement sans indiquer la distribution	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
Indiquer la distribution <i>terme*(facteur de plusieurs termes)</i>	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
Indiquer les produits des termes de chaque distribution											*	*	*	*
Obtenir produits indiqués											*	*	*	*
Obtenir facteur		*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
Obtenir un terme dans un facteur	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
Obtenir paire de termes (de chaque facteur)											*	*	*	*
Trouver les termes semblables d'un certain exposant		*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
Obtenir les termes qui n'ont été déjà utilisés		*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
Copier termes inchangés à la ligne suivante	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
<b>Réussite d'expression à l'oral</b>	*	*	*	*	e	*	*	*	*	e	*	*	*	*
<b>Réussite d'expression à l'écrit</b>	*	*	*	*	e	*	*	*	e	*	-	-	-	-

E1...E9 : Étudiants ; P1...P4 : Professeurs ; e : Erreur

Puisqu'il s'agit d'une expression plus compliquée que la première, les actions et les préférences d'action commencent à se diversifier. Pour effectuer la multiplication de binômes, les participants demandait en plusieurs occasions d'écouter terme par terme, par facteur ou par paires. Alors que la majorité de participants ont décidé de faire la multiplication directe entre les termes de binômes, seulement 2 participants indiquent par avance la distribution par rapport à la somme.

Le résultat de la multiplication produit plusieurs termes, donc la simplification devient plus compliqué. Il existe déjà entre quelques participants la nécessité de distinguer entre les termes qui ont été utilisés ou traités, et ceux sans utiliser. Trouver les termes semblables en indiquant un exposant continue à être un action courant.

Le taux d'erreurs dans la démarche de l'exercice reste faible. L'un des erreurs à l'oral semble être le résultat du manque de contrôle mental sur les termes de référence en développant la distribution, puisque le participant a multiplié  $2 * 2x$  au lieu de  $5 * 2x$ . Le participant a fait la multiplication en se souvenant des termes, au lieu de les demander avant. L'autre erreur à l'oral est de multiplication. Les erreurs à l'écrit sont, l'un de multiplication, et l'autre d'écriture.

## 5.3 Expression (3) $(3a^2 + 2a + 7)(a + 5a - 4)$

Similaire à l'expression précédente mais possédant de plus longs facteurs, cette expression implique la multiplication de deux trinômes dont le second pourrait être simplifié d'abord ; après la distribution, la simplification de cette expression implique aussi l'annulation de termes d'exposant au carré. Les actions que les participants ont demandé de faire sont présentés dans le Tableau 3.

Multiplier directement les termes continue à être la première option pour la plupart des participants, mais cette fois à l'oral on peut se rendre compte de

Tableau 3. Résultats pour l'expression (3)

$(3a^2 + 2a + 7)(a + 5a - 4)$	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	P1	P2	P3	P4	NV
Multiplier directement sans indiquer la distribution	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
Indiquer la distribution <i>terme*(facteur de plusieurs termes)</i>	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
Indiquer les produits de la distribution										*				*	*
Obtenir produits indiqués										*				*	*
Obtenir facteur	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
Obtenir un terme dans un facteur	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
Obtenir paire de termes (de chaque facteur)	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
Trouver les termes semblables d'un exposant	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
Trouver le nombre de termes d'un facteur	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
Trouver le plus grande exposant du résultat	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
Trouver les coefficients en indiquant un exposant	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
Copier termes inchangés à la ligne suivante			*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
Identifia la simplification initial au second facteur à l'oral						*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
Identifia la simplification initial au second facteur à l'écrit		*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
Identifia l'annulation des termes au carré à l'oral		*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
<b>Réussite d'expression à l'oral</b>	*	*	*	e	*	e	*	e	*	x	e	*	e	*	-
<b>Réussite d'expression à l'écrit</b>	*	*	*	e	*	*	e	*	*	e	-	-	-	-	-

E1...E9 : Étudiants ; P1...P4 : Professeurs ; NV : Non-Voyant ; e : Erreur ; x : Exercice abandonné

que les demandes d'indiquer la distribution augmentent. Par contre, à l'écrit, aucun des étudiants ne l'indique. Le participant non-voyant a préféré indiquer la distribution avant de multiplier ; comme tous, il a eut besoin de demander plusieurs fois les termes et facteurs concernant cette opération.

Pour certains participants il est important de savoir le nombre des termes dans un facteur, surtout s'ils n'ont pas indiqué les produits.

Seulement 5 des 15 participants dont le non-voyant et 1 étudiant, ont identifié à l'oral qu'il était possible simplifier d'abord le second facteur. Parmi les étudiants, seulement celui qui avait identifié la simplification initiale à l'oral l'a fait aussi à l'écrit. Le développement de la multiplication dans cette expression place les termes semblables l'un à côté de l'autre ; cela a permis d'observer à l'oral que quelques participants effectuent la simplification comme s'ils travaillaient dans la même ligne, en remplaçant les termes de certain exposant par leur somme.

Tous les participants qui avaient bien effectué la multiplication de facteurs ont bien identifié et annulé les termes au carré.

L'incidence d'erreurs augmente dans cet exercice. 5 participants ont fait des erreurs à l'oral et 3 à l'écrit. Parmi les erreurs des étudiants à l'oral, 4 semblent être le résultat du manque de contrôle mental sur les produits de la distribution, comme dans l'expression précédent. Encore une fois, dans tous ces cas les participants ont fait la multiplication en se souvenant des termes, au lieu de les demander avant. Autre erreur à l'oral a été produit parce que le participant a demandé de multiplier deux termes du même facteur ; il semble s'agir d'un manque de contrôle en communiquant ses intentions.

Les erreurs des professeurs à l'oral ont été d'arithmétique : «  $-8a + 42a$  rendent  $+36a$  », «  $2 * 6, 18$  ».

À l'écrit, les erreurs des étudiants sont : erreur de signe, erreur d'exposant, et le même erreur arithmétique qu'un professeur fit à l'oral :  $-8a + 42a$  donnent  $+36a$ .

#### 5.4 Expression (4) $x + 2(x + 2(x + 2)) = x + 2$

La plus complexe des expressions implique la multiplication de facteurs emboîtés, la simplification de termes, et enfin la résolution de l'équation linéaire

d'une inconnue en trouvant la valeur de  $x$ . Il est possible de rendre l'équation plus simple d'abord en annulant bien  $x$  ou  $x + 2$  de deux côtés. Les actions que les participants ont demandé de faire sont présentés dans le Tableau 4.

**Tableau 4.** Résultats pour l'expression (4)

$x + 2(x + 2(x + 2)) = x + 2$	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	P1	P2	P3	P4
Multiplier directement sans indiquer la distribution	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*		*	*	*
Indiquer les produits de la distribution											*			
Obtenir produits indiqués											*			
Obtenir facteur						*								
Obtenir terme dans un facteur	*				*	*				*	*		*	
Obtenir paire de termes (de chaque facteur)	*													
Obtenir terme qui multiplie au facteur	*													
Obtenir nombre de parenthèses dans une expression	*				*						*		*	
Isoler sous-expression à distribuer	*						*							
Copier termes inchangés à la ligne suivante			*	*										
Trouver les termes semblables d'un exposant dans un membre	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*			
Passer terme(s) à l'autre membre, en changeant le signe		*	*	*	*	*	*	*	*	*	*			
Additionner/soustraire/diviser terme(s) des deux membres	*												*	*
Annuler termes de deux membres au début													*	
Indiquer les deux termes tout au long de l'exercice	*		*					*		*	*		*	
S'est souvenu qu'il y a un membre à droite	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
<b>Réussite d'expression à l'oral</b>	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e	*	e	*	*
<b>Réussite d'expression à l'écrit</b>	*	e	e	e	e	e	e	e	e	e	-	-	-	-

E1...E9 : Étudiants ; P1...P4 : Professeurs ; e : Erreur

Au moins 8 sur 10 étudiants et tous les 4 professeurs ont identifié à la première lecture qu'il y avait des parenthèses imbriquées. Quelques-uns d'entre eux doutaient si l'expression commençait avec une parenthèse et ils l'ont vérifié en écoutant l'équation encore une fois.

Le professeur P2 a manifesté son frustration de ne pas être capable d'écrire l'équation sur papier ; elle trouvait très difficile de communiquer ses intentions pour indiquer les parenthèses les plus profondes. On observe dans le Tableau 4 que les actions que les participants ont demandé de faire sont similaires à ceux des expressions précédentes. En addition, 4 de 14 participants ont demandé le nombre de parenthèses dans l'expression originale ou les sous-expressions, et 2 ont voulu isoler l'expression à distribuer. Après avoir obtenu le résultat partiel de la première distribution, quelques-uns ont demandé de le mettre dans des parenthèses et puis ajouter l'autre partie de l'expression ; cette action fut aussi observée à l'écrit.

À l'oral, le professeur P3 a été la seule participante qui a identifié la possibilité d'annuler  $x$  avant de commencer à distribuer. En organisant l'expression pour placer les variables dans le membre de gauche et les constantes dans celui de droite, 8 participants ont demandé de passer des termes à l'autre membre en changeant le signe, pendant que 3 ont préféré ajouter l'opposé du terme des deux côtés. Un professeur explique :

En fait on dit « on fait passer de l'autre côté et on change de signe » ; le problème ce que de plus en plus, si on n'explique pas au début pourquoi on a fait passer de l'autre côté et on change un signe, ils (...) prennent ça comme une recette, et il faut vraiment voir qu'on ajoute l'opposé à chacun des membres de l'égalité... Après, une fois que les gens sont habitués, il faut que tout se fait passer vite, mais au première fois il faut bien voir ce qu'on fait.



Le professeur P4 a réussi tout l'exercice en n'écoutant l'équation qu'une seule fois. Elle se rappelait de la localisation des parenthèses, des membres du facteurs, des résultats partiels des deux distributions, et des termes semblables à simplifier pendant toute la démarche.

Entre les observations relatives à la mémoire et la perception, on a observé que certains participants avait l'impression qu'il y avait trois paires de parenthèses. Pendant la démarche, les participants qui demandaient d'ouvrir parenthèses, souvent oubliaient de les fermer. Un des professeurs participants s'est rendue compte qu'il y avait une égalité et un membre à droit après la troisième fois qu'elle avait écouté l'équation complète. Trois participants dont un professeur ont complètement ignoré ou oublié le membre à droit.

Aussi que nombreuses, les erreurs sont très intéressants. Tous les étudiants sauf un ont fait les deux distributions en multipliant par  $(x + 2)$ , en lieu de par 2, même s'ils avaient indiqué à l'observateur d'écrire  $x + 2()$ . Nous avons pensé qu'en regardant l'exercice à l'écrit, ils se rendraient compte de l'erreur de distribution qu'ils avaient faite à l'oral, mais aucun d'eux ne s'en est rendu compte. À l'écrit, tous les 9 sauf 1 ont indiqué  $x + 2(x + 2)$  pendant qu'ils effectuaient  $(x + 2)(x + 2)$ . Bien que 8 de 9 étudiants ont bien fait la distribution de  $(x + 2)(x + 2)$ , ils n'arrivent jamais à trouver la valeur de  $x$  après cet erreur de distribution.

Les professeurs ont tous bien effectué les distributions et trouvé la valeur de  $x$  à l'oral, sauf P2, qui n'arrive pas à trouver la valeur de  $x$  puisqu'elle oublie l'égalité et le membre à droit.

Finalement, pendant la démarche de ces quatre expressions à l'oral, on a observé que lorsque les participants soupçonnaient qu'ils avaient fait erreur, ils retournait à la ligne précédente pour vérifier ou corriger mais ils ne retournaient plus loin. Ayant finalisé leur démarche, personne n'a vérifié l'exercice du début à la fin. Il est intéressant aussi d'observer que certains types d'erreurs sont fait aussi bien à l'oral qu'à l'écrit.

## 6 Demandes de Navigation et Édition

Les demandes d'actions résultants des exercices nous aident à mieux comprendre les stratégies de résolution pour découvrir les besoins de navigation et édition, en considérant les limitations de mémoire inhérents aux êtres humains. Bien que ces expressions ne contient pas toutes les actions possibles que demande l'algèbre essentielle, nous considérons qu'ils permettent d'explorer de manière pratique l'interaction dans le cadre des tâches qu'on a défini pour cette expérience.

En résumé, nous avons identifié les nécessités de navigation suivantes :

- Parcourir entre lignes pour vérifier, se souvenir ou corriger un ou plus de termes
- Permettre à l'utilisateur de conserver dans la ligne suivante les termes qui n'ont pas été traités ou qui resteront inchangés, sans l'obliger à les mémoriser

- Avoir présent à tout moment les termes de référence pour les écouter quand il y en a besoin pendant toute la démarche de l'exercice, en même temps que l'utilisateur travaille sur le résultat
- Permettre à l'utilisateur d'isoler des sous-expressions pour les traiter, et d'intégrer les résultats partiels dans l'expression
- Donner à l'utilisateur une flexibilité d'actions en faisant opérations courants comme la distribution de termes
- Dans une égalité, permettre la navigation par membre gauche ou droit.

Sur l'édition, nous avons pu identifier les actions suivantes :

- Remplacer un ou plusieurs termes par d'autres (soit collés ou tapés)
- Insérer termes (soit collés ou tapés) au début, dans ou après la ligne
- Remplacer les termes semblables par leur somme, même s'ils sont contigus ou s'ils ont été trouvés en leur demandant
- Éliminer toute la démarche pour recommencer
- Ajouter/Éliminer des termes des deux côtés
- Ajouter des parenthèses, même aux résultats partiels
- Ouvrir/fermer/éliminer parenthèses
- Changer le signe d'un terme
- Changer l'exposant d'un terme.

Les nécessités qu'on a identifiées doivent encore être analysées, organisées et priorisées pour arriver à les transformer en un maquette d'interface.

## 7 Conclusion

Les nécessités esquissées par [14] dans leur étude de cas nous donnent une idée de la complexité de l'interaction requise dans une interface pour faire mathématiques, mais la réalisation de cette expérience nous a permis d'explorer de façon plus étendue les difficultés de faire mathématiques sans la vue. Pour l'instant, nous avons travaillé surtout avec participants voyants en leur demandant de ne pas utiliser la vue, et bien qu'il nous permettent d'observer quelques différences entre leur démarche orale et écrite, il faut continuer à analyser ces expressions avec plus de participants non-voyants. De plus, nous avons confiance dans ces résultats car certains d'entre eux sont en conformité avec les nécessités mentionnées par d'autres travaux [14] [9].

## Références

1. Archambault, D. Stöger, B., Batusic, M., Fahrengruber, C., & Miesenberger, K. (2007). A software model to support collaborative mathematical work between braille and sighted users. Ninth International ACM SIGACCESS Conference on Computers and Accessibility (ASSETS 07), October 15-17, Tempe, Arizona.
2. Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment : The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7. 245-274.

3. Balacheff, N. (1993). Artificial Intelligence and Mathematics education : Expectations and questions (conférence plénière invitée). In : Herrington T. (ed) Proceedings of the 14th Biennial of the AAMT (pp.1-24). Perth : CurtinUniversity
4. Bernareggi, C. (2010). Non-sequential Mathematical Notations in the LAMBDA System. In K. Miesenberger, J. Klaus, W. Zagler, and A. Karshmer (Eds.), Computers Helping People with Special Needs. Part II. (pp. 389-395). Berlin : Springer-Verlag
5. Carry, L., Lewis, C., & Bernard, J. (1979). Psychology of equation solving : An information processing study. Final technical report. The University of Texas at Austin. Austin, Texas
6. Drijvers, P. & Gravemeijer, K. (2005). In D. Guin, K. Ruthven, & L. Trouche (Eds.). The didactical challenge of symbolic calculators : Turning a computational device into a mathematical instrument. Springer
7. Gillan, D. J., Barraza, P., Karshmer, A., & Pazuchanics, S. (2004). Cognitive analysis of equation reading : Application to the development of the Math Genie. In K. Miesenberger, J. Klaus, W. Zagler, and D. Burger (Eds.), Computers Helping People with Special Needs (pp. 630-637). Berlin : Springer-Verlag
8. Karshmer, A., Bledsoe, C., & Stanley, P. (2004). The architecture of a comprehensive equation browser for the print impaired. In K. Miesenberger, J. Klaus, W. Zagler, and D. Burger (Eds.), Computers Helping People with Special Needs (pp. 614-619). Berlin : Springer-Verlag
9. Miesenberger, K. (2008). Doing mathematics. @Science Thematic Network. Available at <http://www.ascience-thematic.net/en/conferences/paris/Miesenberger>
10. Monaghan, J. (2007). Computer Algebra, Instrumentation and the Anthropological Approach. International Journal for Technology in Mathematics Education. 14(2). Pp. 63-72. ISSN-1744-2710
11. Nicaud J.F. (1992) A general model of algebraic problem solving for the design of interactive learning environments. in Ponte J. P. et al. (Eds.) Mathematical problem solving and new information technologies. NATO ASI series F vol.89. Berlin : Springer Verlag.
12. Özgün Koca, A., & Edwards, M. T. (2002). Symbolic Math Guide : An innovative way of teaching and learning Algebra using TI-89 and TI-92+ graphing calculators.
13. Sleeman, D.H. (1982) Inferring (mal) rules from pupils' protocols. Proceedings of the European Conference on Artificial Intelligence, Orsay, France. pp. 160-164.
14. Stöger, B., Miesenberger, K., & Batusic, M. (2004). Mathematical working environment for the blind : Motivation and basic ideas. In K. Miesenberger, J. Klaus, W. Zagler, and D. Burger (Eds.), Computers Helping People with Special Needs (pp. 656-663). Berlin : Springer-Verlag
15. Stöger, B., Batusic, M., Miesenberger, K., & Haindl, P. (2006). Supporting blind students in navigation and manipulation of mathematical expressions : Basic requirements and strategies. In K. Miesenberger, J. Klaus, W. Zagler, and A. Karshmer (Eds.). Computers Helping People with Special Needs (pp. 1235-1242). Berlin : Springer-Verlag.